

**Государственное автономное профессиональное образовательное учреждение
Саратовской области
«Саратовский техникум отраслевых технологий»**

КОМПЛЕКТ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по общеобразовательной дисциплине
«УПД.01 Математика»
(38.02.08 Торговое дело)

Комплект контрольно-оценочных средств разработан на основе Федерального образовательного стандарта среднего профессионального образования по профессии/специальности СПО 38.02.08 Торговое дело программы учебной дисциплины УПД.01 Математика

Составитель/разработчик (составители): Болдова Надежда Петровна

Содержание

1.	Паспорт комплекта фонда оценочных средств	4
2.	Критерии оценивания успеваемости	21
2.1.	Критерии оценивания теоретических знаний	21
2.2	Критерии оценивания практических знаний	27
3.	Комплекты оценочных средств	29
3.1.	Комплекты оценочных средств для текущего контроля	29
3.2	Комплекты оценочных средств для промежуточного контроля	84

1 ПАСПОРТ КОМПЛЕКТА ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Программой общеобразовательной дисциплины «УПД.01 Математика» предусмотрено проведение текущего контроля и промежуточной аттестации.

Критерии оценивания по «УПД.01 Математика» характеризуют степень овладения программным материалом: знаниями, умениями и навыками, включенными в ФГОС СОО и программу «УПД.01 Математика»

Результаты освоения общеобразовательной дисциплины, подлежащие проверке:

Код и наименование компетенций	Планируемые результаты	
	Дисциплинарные	Тип оценочных мероприятий
ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам	<p>П.1 владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;</p> <p>П.2 умение оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений;</p> <p>П.3 умение оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;</p> <p>П.4 умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; умение находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение пути, скорости и ускорения;</p> <p>П.5 умение оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;</p> <p>П.6 умение решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;</p>	<ul style="list-style-type: none"> – выполнение творческих заданий (подготовка докладов и рефератов); – создание мультимедийных презентаций; – устный и письменный опрос; – тестирование; – практические работы: – контрольные работы

П.7 умение оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств;

П.8 умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;

П.9 умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира;

П.10 умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; умение распознавать симметрию в пространстве; умение распознавать правильные многогранники;

П.11 умение оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных

	<p>фигур при решении задач;</p> <p>П.12 умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы;</p> <p>П.13 умение оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками;</p> <p>П.14 умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки.</p>	
<p>ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности</p>	<p>П.3 умение оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;</p> <p>системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;</p>	

<p>ОК 03 Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях</p>	<p>ПР3: уметь оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;</p> <p>ПР10: уметь оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; уметь распознавать симметрию в пространстве; уметь распознавать правильные многогранники;</p> <p>ПР13: уметь оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками</p>	
<p>ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде</p>	<p>- ПР8: уметь оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; уметь вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;</p> <p>- ПР5: умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;</p> <p>- ПР4: уметь исследовать в простейших случаях функцию на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа</p>	

<p>ОК 05 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей</p>	<p>- ПР7: уметь оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств;</p> <p>- ПР9 : уметь оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями;</p>	
<p>ОК 06 Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных российских духовно-нравственных ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения</p>	<p>П.8 умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;</p> <p>П.13 умение оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками;</p> <p>П.14 умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки.</p>	
<p>ОК 07 Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять знания</p>	<p>- ПР4: уметь оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; уметь находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций;</p>	

<p>об изменении климата, принципы бережливого производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях</p>	<p>строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение пути, скорости и ускорения; -ПР11: уметь оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач; - ПР12: уметь вычислять геометрические величины(длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы.</p>	
<p>ПК 4.1 Проверять качество, комплектность, количественные характеристики непродовольственных товаров</p>	<p>Навыки: обслуживания покупателей и продажи различных групп непродовольственных товаров Умения - идентифицировать товары различных товарных групп (текстильных, обувных, пушно-меховых, овчинно-шубных, хозяйственных, галантерейных, ювелирных, парфюмерно-косметических, культурно-бытового назначения); - оценивать качество по органолептическим показателям; Знания: - ассортимент и товароведные характеристики основных групп непродовольственных товаров; - показатели качества различных групп непродовольственных товаров;</p>	
<p>ПК 4.3 Осуществлять приемку товаров и контроль за наличием необходимых сопроводительных документов на поступившие товары</p>	<p>Навыки: Приема товаров в соответствии с сопроводительными документами; Умения: осуществлять контроль над своевременным пополнением рабочего запаса товаров, их сохранностью; Знания: технологии приемки, хранения, подготовки товаров к продаже, размещения и выкладки; правила торгового обслуживания и торговли товарами;</p>	
<p>ПК 4.9 Проверять платежеспособность</p>	<p>Навыки: проверять платежеспособность государственных денежных знаков;</p>	

государственных денежных знаков	<p>Умения: работать на контрольно-массовой машине, подсчитывать чеки (деньги) и сдавать их в установленном порядке,</p> <p>Знания: Называть основные элементы защиты государственных денежных знаков при использовании оборудования для проверки банкнот</p>	
ПК 4.10 Оформлять документы по кассовым операциям	<p>Навыки: оформлять документы по кассовым операциям</p> <p>Умения: производить сверку суммы реализации по показаниям кассовых счетчиков;</p> <p>Знания: формировать документы по кассовым операциям</p>	
ПК 5.2 Проверять платежеспособность государственных денежных знаков	<p>Навыки: проверять платежеспособность государственных денежных знаков;</p> <p>Умения: Проверять по основным элементам защиты государственных денежных знаков при использовании оборудования для проверки банкнот</p> <p>Знания: Классификацию, основные элементы защиты государственных денежных знаков</p>	
ПК 5.3 Оформлять документы по кассовым операциям	<p>Навыки: оформлять документы по кассовым операциям</p> <p>Умения: работать с контрольно-кассовым аппаратом и оформлять документы по кассовым операциям</p> <p>Знания:</p> <ul style="list-style-type: none"> - работать с торгово-техническим оборудованием и контрольно-кассовым аппаратом, устранять мелкие неисправности в работе оборудования; - оперативно производить расчеты с покупателями; 	

2. Критерии оценивания успеваемости по математике

2.1. Критерии оценивания теоретических знаний

При оценивании теоретических знаний по УПД.01 Математика учитываются такие показатели: глубина, полнота, аргументированность, умение использовать их применительно к конкретным заданиям.

С целью проверки теоретических знаний могут использоваться методы устного и письменного контроля в следующих формах:

- выполнение творческих заданий (подготовка докладов и рефератов);
- создание мультимедийных презентаций;
- устный и письменный опрос;
- тестирование;
- практические работы;
- контрольные работы

Контроль усвоения программного материала посредством ответов на контрольные вопросы, тестирования или выполнения реферата возможно для обучающихся, отсутствующих на учебных занятиях по уважительной причине.

Требования к оформлению доклада

Доклад предоставляется в распечатанном виде, объёмом 3-5 страниц. Текст доклада должен быть представлен в текстовом редакторе Word, шрифт - Times New Roman 14, межстрочный интервал – 1.5 (полуторный). Поля: верхнее - 2, нижнее - 2, левое - 3, правое - 1,5.

Доклад должен включать в себя: введение, основную часть, заключение, список литературы (не менее 5 источников).

Критерии оценки доклада:

Оценка	Условия, при которых выставляется оценка
Оценка 5 («отлично»)	материал изложен в определенной логической последовательности. Тема доклада раскрыта полностью.
Оценка 4 («хорошо»)	тема раскрыта, но при этом допущены не существенные ошибки, исправленные по требованию преподавателя.
Оценка 3 («удовлетворительно»)	тема раскрыта не полностью, допущена существенная ошибка.
Оценка 2 («неудовлетворительно»)	содержании доклада не раскрывает рассматриваемую тему, обнаружено не понимание основного содержания учебного материала

Доклад может быть представлен как доклад-презентация. Необходимо представить 5-7 слайдов. Время доклада -5 минут. Критерии оценки доклада такие же. Дополнительно оценивается презентация.

Оформление слайдов	Параметры
Стиль	Соблюдать единого стиля оформления.
Фон	Фон не должен быть слишком темным или ярким, чтобы не отвлекать внимания от содержания слайдов.
Использование цвета	Слайд не должен содержать более трех цветов. Фон и текст должны быть оформлены контрастными цветами.

Анимационные эффекты	При оформлении слайда использовать возможности анимации. Анимационные эффекты не должны отвлекать внимание от содержания слайдов.
Представление информации	Параметры
Содержание информации	Слайд должен содержать минимум информации. Информация должна быть изложена доступным языком. Содержание текста должно точно отражать этапы выполненной работы. Текст должен быть расположен на слайде так, чтобы его удобно было читать. В содержании текста должны быть ответы на проблемные вопросы. Текст должен соответствовать теме презентации.
Расположение информации на странице	Предпочтительно горизонтальное расположение информации. Наиболее важная информация должна располагаться в центре. Надпись должна располагаться под картинкой.
Размер шрифта	Для заголовка – не менее 24. Для информации не менее – 18. Лучше использовать один тип шрифта. Важную информацию лучше выделять жирным шрифтом, курсивом, подчеркиванием На слайде не должно быть много текста, оформленного прописными буквами.
Выделения информации	На слайде не должно быть много выделенного текста (заголовки, важная информация).
Объем информации	Слайд не должен содержать большого количества информации. Лучше ключевые пункты располагать по одному на слайде.
Виды слайдов	Для обеспечения разнообразия следует использовать разные виды слайдов: – с таблицами – с текстом – с диаграммами

Критерии оценивания презентаций:

Оценка	Условия, при которых выставляется оценка
Оценка 5 («отлично»)	выполненная презентация отвечает всем требованиям критериев
Оценка 4 («хорошо»)	в презентации имеются незначительные нарушения или отсутствуют какие-либо параметры
Оценка 3 («удовлетворительно»)	при оценивании половина критериев отсутствует

Требования к оформлению реферата

Реферат предоставляется в распечатанном виде, объемом 10-15 страниц. Текст реферата должен быть представлен в текстовом редакторе Word, шрифт - Times New Roman 14, межстрочный интервал – 1.5 (полуторный), в таблицах возможен межстрочный интервал – 1(одинарный), поля: верхнее - 2, нижнее - 2, левое- -3, правое - 1,5.

Реферат должен включать в себя: содержание, введение, основную часть, заключение, список литературы (не менее 5 источников).

Время на защиту реферата: 5 минут.

Критерии оценивания реферата:

Оценка	Условия, при которых выставляется оценка
Оценка 5 («отлично»)	материал изложен в определенной логической последовательности. Тема реферата раскрыта полностью.
Оценка 4 («хорошо»)	тема реферата раскрыта, при этом допущены не существенные ошибки, исправленные по требованию преподавателя
Оценка 3 («удовлетворительно»)	тема раскрыта не полностью, допущена существенная ошибка
Оценка 2 («неудовлетворительно»)	при защите реферата обнаружено не понимание основного содержания учебного материала

Выполнение тестирования

Критерии оценивания:

Оценка	Условия, при которых выставляется оценка
Оценка 5 («отлично»)	если студент при тестировании дал 85-100% правильных ответов
Оценка 4 («хорошо»)	если студент при тестировании дал 69-84% правильных ответов
Оценка 3 («удовлетворительно»)	если студент при тестировании дал 51-68% правильных ответов
Оценка 2 («неудовлетворительно»)	если студент при тестировании дал менее 50% правильных ответов

Критерии оценки письменной (индивидуальной) самостоятельной работы

Оценка	Критерии оценивания
Оценка 5 («отлично»)	Выполнил работу без ошибок и недочетов. Допустил не более одного недочета. В работах с избыточной плотностью заданий допускается выставление отметки «5» в соответствии с заранее оговоренным нормативом.
Оценка 4 («хорошо»)	Выполнил работу полностью, но допустил в ней не более одной негрубой ошибки (за исключением решения количественных физических задач) и одного недочета или не более двух недочетов. В работах с избыточной плотностью заданий допускается выставление отметки «4» в соответствии с заранее оговоренным нормативом.

<p>Оценка 3 («удовлетворительно»)</p>	<p>Правильно выполнил не менее половины работы или допустил: не более двух грубых ошибок; или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета; или не более двух-трех негрубых ошибок; или выполнил решение количественной физической задачи по действиям без вывода рабочей формулы при наличии правильного ответа</p> <ul style="list-style-type: none"> • или одной негрубой ошибки и трех недочетов; <p>или при отсутствии ошибок, но при наличии четырех-пяти недочетов .В работах с избыточной плотностью заданий допускается выставление отметки «3» в соответствии с заранее оговоренным нормативом.</p>
<p>Оценка 2 («неудовлетворительно»)</p>	<p>Допустил число ошибок и недочетов, превосходящее норму, при которой может быть выставлена отметка «3». Правильно выполнил менее части работы, достаточной для выставления отметки «3».</p>

Критерии оценки контрольных работ

Отметка «5» ставится, если:

работа выполнена полностью.

- в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала);

Отметка «4» ставится, если:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умения обосновывать рассуждения не являлись специальным объектом проверки);
- допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки);

Отметка «3» ставится, если:

- допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, чертежах или графика, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Отметка «2» ставится, если:

- допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет обязательными знаниями по данной теме в полной мере;
- работа показала полное отсутствие у учащегося обязательных знаний, умений по проверяемой теме или значительная часть работы выполнена не самостоятельно.

Общая классификация ошибок.

При оценке знаний, умений и навыков обучающихся следует учитывать все ошибки (грубые и негрубые) и недочёты.

Грубыми считаются ошибки:

- незнание определения основных понятий, законов, правил, основных положений теории, незнание формул, общепринятых символов обозначений величин,

- единиц их измерения;
 - незнание наименований единиц измерения;
 - неумение выделить в ответе главное;
 - неумение применять знания, алгоритмы для решения задач;
 - неумение делать выводы и обобщения;
 - неумение читать и строить графики;
 - неумение пользоваться первоисточниками, учебником и справочниками;
 - потеря корня или сохранение постороннего корня;
 - отбрасывание без объяснений одного из них;
 - равнозначные им ошибки;
 - вычислительные ошибки, если они не являются опиской;
 - логические ошибки.
 - негрубым ошибкам следует отнести:
 - неточность формулировок, определений, понятий, теорий, вызванная неполнотой охвата основных признаков определяемого понятия или заменой одного - двух из этих признаков второстепенными;
 - неточность графика;
 - нерациональный метод решения задачи или недостаточно продуманный план ответа (нарушение логики, подмена отдельных основных вопросов второстепенными);
 - нерациональные методы работы со справочной и другой литературой; неумение решать задачи, выполнять задания в общем виде.
- Недочетами являются:
- нерациональные приемы вычислений и преобразований;
- небрежное выполнение записей, чертежей, схем, графиков.

Критерии оценки устных ответов.

Ответ оценивается отметкой «5», если обучающийся:

- полно раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой и учебником;
- изложил материал грамотным языком в определенной логической последовательности, точно используя математическую терминологию и символику;
- правильно выполнил рисунки, чертежи, графики, сопутствующие ответу;
- показал умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации при выполнении практического задания;
- продемонстрировал усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость использованных при ответе умений и навыков;
- отвечал самостоятельно без наводящих вопросов учителя.
- Возможны одна – две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые ученик легко исправил по замечанию учителя.

Ответ оценивается отметкой «4», если он удовлетворен в основном требованиям на отметку «5», но при этом имеет один из недостатков:

- в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие математического содержания ответа, исправленные по замечанию учителя.
- допущены ошибки или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые ученик легко исправил по замечанию учителя.

Отметка «3» ставится в следующих случаях:

- неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения программного материала (определенные «Требованиями к математической подготовке учащихся»).
- имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий и, использовании математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов учителя;
- ученик не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данной теме;
- при знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность умений и навыков.

Отметка «2» ставится в следующих случаях:

- не раскрыто основное содержание учебного материала;
- обнаружено незнание или непонимание учеником большей или наиболее важной части учебного материала;
- допущены ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов учителя.

ученик обнаружил полное незнание и непонимание изучаемого материала или не смог ответить ни на один из поставленных вопросов по изучаемому материалу

1.2. Критерии оценивания практических знаний

Критерии оценки практической работы

Если практическая работа выполнена в полном объеме и правильно оформлена, то ставится оценка «5».

Если практическая работа выполнена более чем на 75%, ставится оценка «4».

Если практическая работа выполнена более чем на 60%, ставится оценка «3».

В противном случае работа не засчитывается

Оценка письменной работы по выполнению вычислительных заданий и алгебраических преобразований

Оценка «5» ставится за безукоризненное выполнение письменной работы, т. е.: а) если решение всех примеров верное; б) если все действия и преобразования выполнены правильно, без ошибок; в) все записи хода решения расположены последовательно, а также сделана проверка решения в тех случаях, когда это требуется.

Оценка «4» ставится за работу, в которой допущена одна (негрубая) ошибка или 2-3 недочета.

Оценка «3» ставится в следующих случаях: а) если в работе имеется 1 грубая и не более 1 негрубой ошибки; б) при наличии 1 грубой ошибки и 1-2 недочетов; в) при отсутствии грубых ошибок, но при наличии 2-4 негрубых ошибок; г) при наличии двух негрубых

ошибок и не более трех недочетов; д) при отсутствии ошибок, но при наличии 4 и более недочетов; е) если неверно выполнено не более половины объема всей работы.

Оценка «2» ставится, когда число ошибок превосходит норму, при которой может быть выставлена положительная оценка, или если правильно выполнено менее половины всей работы.

Примечание. Оценка «5» может быть поставлена, несмотря на наличие 1-2 недочетов, если студент дал оригинальное решение заданий, свидетельствующее о его хорошем математическом развитии.

Оценка письменной работы на решение задач

Оценка «5» ставится в том случае, когда задача решена правильно: ход решения задачи верен, все действия и преобразования выполнены верно и рационально; в задаче, решаемой с вопросами или пояснениями к действиям, даны точные и правильные формулировки; в задаче, решаемой с помощью уравнения, даны необходимые пояснения; записи правильны, расположены последовательно, дан верный и исчерпывающий ответ на вопросы задачи; сделана проверка решения.

Оценка «4» ставится в том случае, если при правильном ходе решения задачи допущена 1 негрубая ошибка или 2-3 недочета.

Оценка «3» ставится в том случае, если ход решения правилен, но допущены: а) 1 грубая ошибка и не более 1 негрубой; б) 1 грубая ошибка и не более 2 недочетов; в) 3-4 негрубые ошибки при отсутствии недочетов; г) допущено не более 2 негрубых ошибок и 3 недочетов; д) более 3 недочетов при отсутствии ошибок.

Оценка «2» ставится в том случае, когда число ошибок превосходит норму, при которой может быть выставлена положительная оценка.

Примечание. 1. Оценка «5» может быть поставлена, несмотря на наличие описки или недочета, если ученик дал оригинальное решение заданий, свидетельствующее о его хорошем математическом развитии. 2. положительная оценка «3» может быть выставлена ученику, выполнившему работу не полностью, если он безошибочно выполнил более половины объема всей работы.

3. Комплекты оценочных средств

3.1 Комплекты оценочных средств для текущего контроля

Контрольные работы

Входной контроль

Контрольные измерительные материалы

для входной диагностической работы

по МАТЕМАТИКЕ

ВАРИАНТ 1

Модуль «Алгебра»

$$24 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}.$$

1. Найдите значение выражения:
2. Магазин закупает цветочные горшки по оптовой цене 120 рублей за штуку и продает с наценкой 20%. Какое наибольшее число таких горшков можно купить в этом магазине на 1000 рублей?
3. В среднем из каждых 100 поступивших в продажу аккумуляторов 91 аккумулятор заряжен. Найдите вероятность того, что купленный аккумулятор не заряжен.
4. Решите уравнение : $10x^2 - 12x + 1 = -10x^2$.
5. Решите неравенство: $9x - 4(2x+1) > -8$.
6. Найдите значение выражения: $a(36a^2 - 25)\left(\frac{1}{6a+5} - \frac{1}{6a-5}\right)$ при $a = 36,7$.

Модуль «Геометрия».

7. Угол А параллелограмма ABCD в 4 раза меньше угла В. Найдите угол D

ВАРИАНТ 2

Модуль «Алгебра»

$$5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 - 16 \cdot \frac{1}{5}.$$

1. Найдите значение выражения:
2. В городе 210000 жителей, причём 16% – это дети до 14 лет. Сколько примерно человек составляет эта категория жителей? Ответ округлите до тысяч.
3. В среднем на 100 карманных фонариков приходится семь неисправных. Найдите вероятность купить работающий фонарик.
4. Решите уравнение: $8x^2 - 2x - 5 = -2x^2 - 25x + 37$.
5. Решите неравенство: $5x - 2(2x-8) < -5$.
6. Найдите значение выражения: $(4b)^3 : b^9 \cdot b^5$ при .

Модуль «Геометрия».

7. Острый угол прямоугольного треугольника в четыре раза больше другого острого угла этого треугольника. Найдите меньший угол этого треугольника.

Контрольная работа по теме: «Степени и корни. Степенная функция»

1 вариант

№1. Вычислите:

а) $\sqrt[5]{-100000}$; б) $\sqrt[4]{1296}$; в) $-\sqrt[6]{0,000064} + \sqrt[3]{-1331}$.

№2. Расположите числа в порядке убывания: $\sqrt[3]{31}$; $\sqrt{10}$; $\sqrt[6]{666}$.

№3. Упростите выражение и найдите его значение: $\sqrt{9b^2} - \sqrt[3]{8b^3} - \sqrt[4]{256b^4}$, при $b = -3$.

№4. Вычислите: а) $81^{\frac{1}{2}}$; б) $\left(\frac{27}{64}\right)^{\frac{1}{3}}$; в) $0,00032^{\frac{1}{5}}$; г) $\left(5\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{4}}$; д) $16^{-\frac{1}{4}}$.

№5. Упростите выражение: а) $c^{\frac{1}{2}} \cdot c^{\frac{1}{3}}$; б) $x^{-\frac{5}{6}} : x^{\frac{1}{3}}$; в) $\left(b^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}$; г) $(a^{0,4})^{\frac{1}{2}} \cdot a^{0,8}$.

№6. Решите уравнение: а) $\sqrt[3]{x^2 - 9x - 19} = -3$; б) $\sqrt[6]{x^2 + 7x + 13} = 1$.

№7. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции: $y = x^{\frac{1}{4}}$: на полуинтервале: (5;16].

№8. Сократите дроби, считая, что переменные принимают неотрицательные значения:

а) $\frac{\sqrt{10b} - \sqrt{15}}{\sqrt{15b} - \sqrt{5}}$; б) $\frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{xy}}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{xy}}$.

2 вариант

№1. Вычислите:

а) $\sqrt[3]{-343}$; б) $\sqrt[6]{0,000064}$; в) $\sqrt[7]{-128} + \sqrt[4]{625}$.

№2. Расположите числа в порядке возрастания: $\sqrt{11}$; $\sqrt[3]{30}$; $\sqrt[6]{777}$.

№3. Упростите выражение и найдите его значение: $\sqrt{25a^2} + \sqrt[3]{64a^3} - \sqrt[4]{16a^4}$, при $a = -5$.

№4. Вычислите: а) $64^{\frac{1}{3}}$; б) $\left(\frac{25}{49}\right)^{\frac{1}{2}}$; в) $0,0081^{\frac{1}{4}}$; г) $\left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$; д) $32^{\frac{1}{5}}$.

№5. Упростите выражение: а) $b^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{2}}$; б) $x^{\frac{1}{2}} : x^{\frac{1}{3}}$; в) $\left(a^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}$; г) $(b^{0,2})^{\frac{1}{2}} \cdot a^{0,9}$.

№6. Решите уравнение: а) $\sqrt[4]{x^2 - 10x + 25} = 2$; б) $\sqrt[7]{2x^2 + 6x - 57} = -1$.

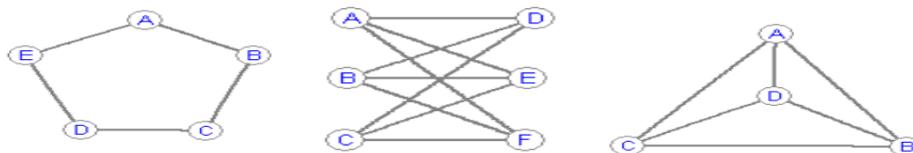
№7. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции: $y = x^{-\frac{2}{3}}$: на полуинтервале: (0;1].

№8. Сократите дроби, считая, что переменные принимают неотрицательные значения:

а) $\frac{\sqrt{14} - \sqrt{21}}{\sqrt{7k} - \sqrt{14}}$; б) $\frac{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{ab}}$.

Контрольная работа по теме «Элементы теории графов.»

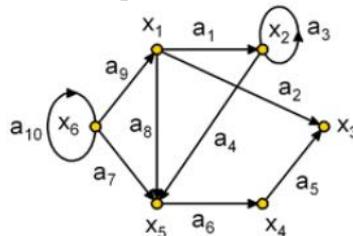
Вариант 1 Задание 1. Раскрасьте вершины графа в минимальное количество цветов так, чтобы смежные вершины получали бы разные цвета. Для каждого графа укажите минимальное количество используемых цветов.



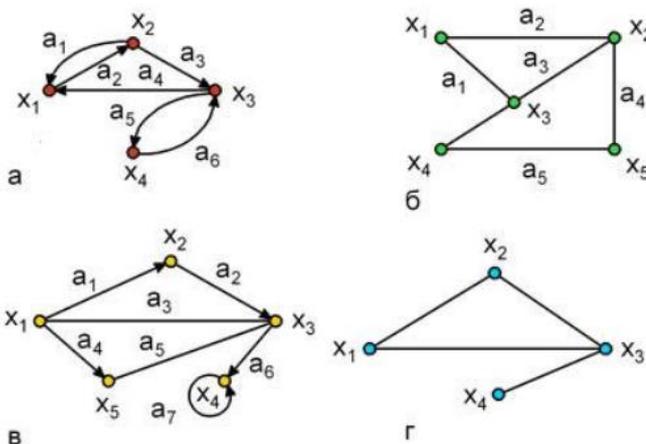
Задание 2. В стране Озёрная 7 озер, соединенных между собой 10 непересекающимися каналами, причём от каждого озера можно доплыть до любого другого. Сколько в этой стране островов? Нарисуйте получившийся граф.

Задание 3. Ориентированный граф G с множеством вершин $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ задан списком дуг $\{(1, 6), (2, 1), (2, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (3, 2), (3, 6), (5, 1), (5, 6), (6, 4), (6, 5)\}$. Построить реализацию графа.

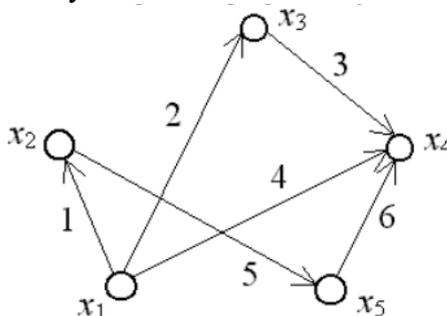
Задание 4. Опишите граф с помощью матрицы смежности.



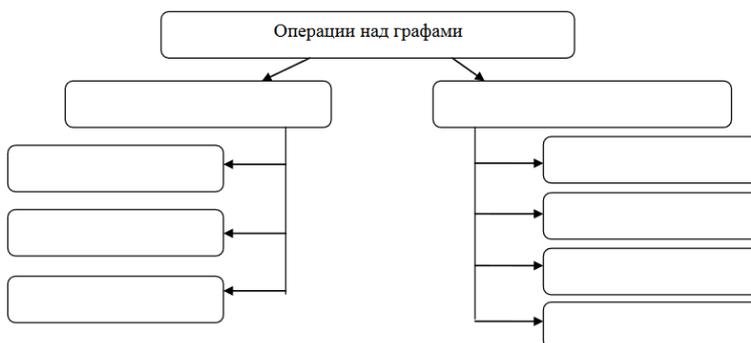
Задание 5. Подпишите типы и виды графов, укажите на примере одного графа вершину, начальную вершину, конечную вершину, дугу, ребро, петлю.



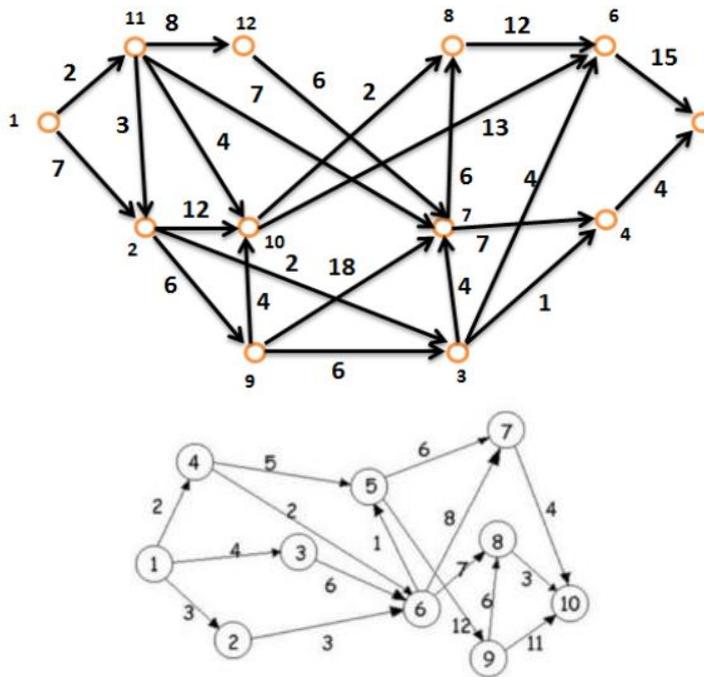
Задание 6. Дан граф. Укажите для него маршрут, путь, цикл. Для указанного маршрута обозначьте вершины, ребра, длину:



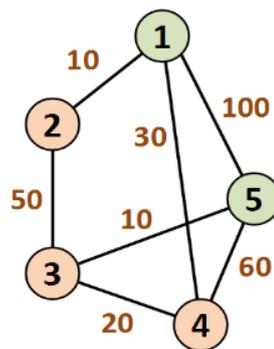
Задание 7. Заполните схему:



Задание 8. Найти все пути из 1 в 7 в графе $G=(X, \Gamma)$ изображенном на рисунке 1.



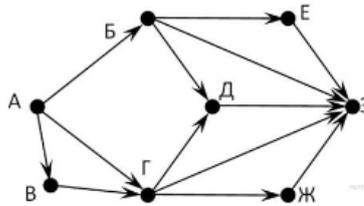
Задание 9. Дан граф. Найдите кратчайший путь из вершины 1 в вершину 5 .



Задание 10. Между населёнными пунктами А, В, С, D, Е построены дороги, протяжённость которых (в километрах) приведена в таблице. Постройте граф. Определите длину кратчайшего пути между пунктами А и D. Передвигаться можно только по дорогам, протяжённость которых указана в таблице. Запишите название и работу по шагам используемого алгоритма.

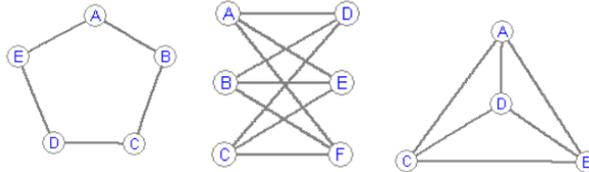
	А	В	С	D	Е
А		6			3
В	6		2	5	1
С		2		2	
D		5	2		6
Е	3	1		6	

Задание 11. На рисунке –схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город З?



Вариант 2

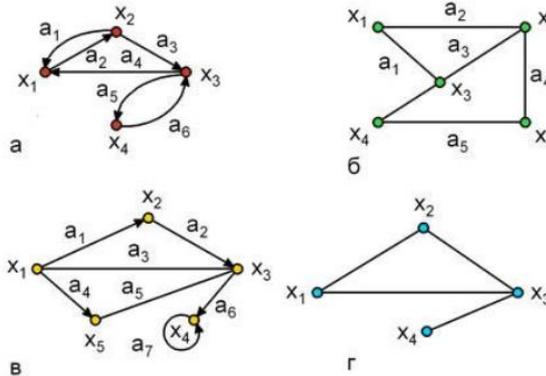
Задание 1. Раскрасьте ребра графа в минимальное количество цветов так, чтобы смежные ребра получали бы разные цвета. Для каждого графа укажите минимальное количество используемых цветов.



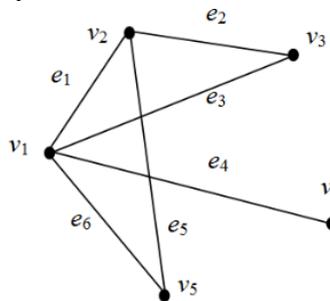
Задание 2. В стране Озёрная 7 озер, соединенных между собой 10 непересекающимися каналами, причём от каждого озера можно доплыть до любого другого. Сколько в этой стране островов? Нарисуйте получившийся граф.

Задание 3. Ориентированный граф G с множеством вершин $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ задан списком дуг $\{(1, 6), (2, 1), (2, 3), (3, 1), (3, 3), (3, 3), (3, 4), (3, 6), (5, 1), (5, 6), (5, 6), (5, 6), (6, 4), (6, 6)\}$. Построить реализацию графа.

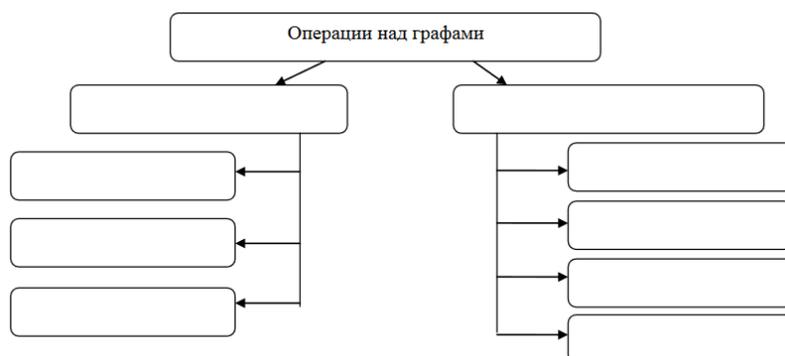
Задание 5. Подпишите типы и виды графов, укажите на примере одного графа вершину, начальную вершину, конечную вершину, дугу, ребро, петлю.



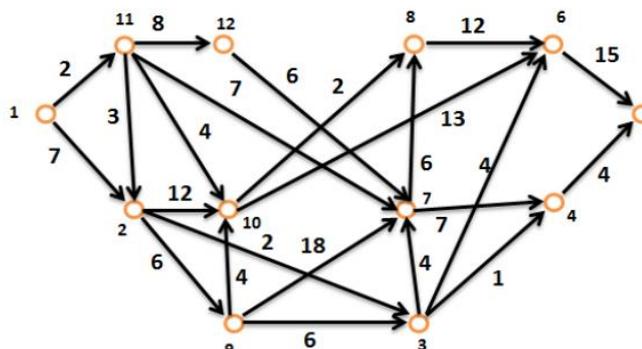
Задание 6. Дан граф. Укажите для него маршрут, путь, цикл. Для указанного маршрута обозначьте вершины, ребра, длину:



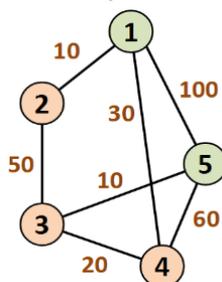
Задание 7. Заполните схему:



Задание 8. Найти все пути из 1 в 7 в графе $G=(X,\Gamma)$ изображенном на рисунке 1.



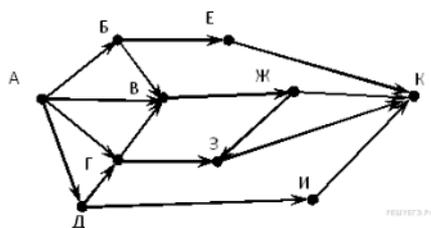
Задание 9. Дан граф. Найдите кратчайший путь из вершины 1 в вершину 5.



Задание 10. Между населёнными пунктами А, В, С, D, Е построены дороги, протяжённость которых (в километрах) приведена в таблице. Постройте граф. Определите длину кратчайшего пути между пунктами А и D. Передвигаться можно только по дорогам, протяжённость которых указана в таблице. Запишите название и работу по шагам используемого алгоритма.

	А	В	С	D	Е
А		6			3
В	6		2	5	1
С		2		2	
D		5	2		6
Е	3	1		6	

Задание 11. На рисунке—схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город К?



Контрольная работа по теме « Производная. Применение производной к исследованию функций »

Вариант 1

1. Исследовать функцию на монотонность:

$$y = 5x^2 - 3x - 1$$

2. Найти экстремумы функции:

$$y = x^4 - 8x^2 + 3$$

3. Исследовать функцию и построить ее график:

$$y = 2 + 5x^3 - 3x^5$$

Вариант 2

1. Исследовать функцию на монотонность:

$$y = 4x^2 - 2x - 1$$

2. Найти экстремумы функции:

$$y = x^3 - 9x + 3$$

3. Исследовать функцию и построить ее график:

$$y = x^4 - 8x^2 + 3$$

Вариант I

1. Докажите, что функция $F(x)$ является первообразной для функции $f(x)$, если:

$$F(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 11 \text{ и } f(x) = 3x^2 - 10x + 7$$

2. Найдите :

а) $f(x) = 1/x^2 - 2\sin x$

б) $f(x) = 1/x$

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x^2; y = 0; x = -3; x = 2$$

4. Докажите справедливость равенств:

а) $\int_0^{\pi/2} \cos x dx = \int_0^{\sqrt{3}} x^2 dx$

$$\text{б) } \int_0^1 (2x + 1) dx = \int_0^2 (x^3 - 1) dx$$

Вариант II

1. Докажите, что функция $F(x)$ является первообразной для функции $f(x)$, если:

$$F(x) = x^3 + 4x^2 - 5x + 7 \text{ и } f(x) = 3x^2 + 8x - 5$$

2. Найдите :

а) $f(x) = \frac{2}{x^3} + \cos x$;

б) $f(x) = 3e^{-x}$

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = x^3; \quad y = 0; \quad x = -2; \quad x = 1$$

4. Докажите справедливость равенств:

а) $\int_0^{\pi/2} \sin x dx = \int_0^{\sqrt[3]{3}} x^3 dx$

б) $\int_0^1 (2x - 3) dx = \int_0^2 (x^4 - 1) dx$

Контрольная работа по теме « Координаты и векторы »

<i>1 вариант.</i>	<i>2 вариант.</i>
<p>1. Найдите координаты вектора \overrightarrow{AB}, если $A(5; -1; 3), B(2; -2; 4)$.</p> <p>2. Даны векторы $\vec{b} \{3; 1; -2\}$ и $\vec{c} \{1; 4; -3\}$. Найдите $\vec{2b} - \vec{c}$.</p> <p>3. Изобразите систему координат $Oxyz$ и постройте точку $A(1; -2; -4)$. Найдите расстояние от этой точки до координатных плоскостей.</p> <p>4. Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты: $A(-2; 0; 1), B(-1; 2; 3), C(8; -4; 9)$. Найдите координаты вектора \overrightarrow{BM}, если BM – медиана $\triangle ABC$</p> <p>5. Даны векторы \vec{a}, \vec{b} и \vec{c}, причем: $\vec{a} = 6\vec{i} - 8\vec{k}, \vec{b} = 1, \vec{c} \{4; 1; m\},$ $(\vec{a}; \vec{b}) = 60^\circ.$</p> <p>Найти: а) $\vec{a} \cdot \vec{b}$; б) значение m, при котором $\vec{a} \perp \vec{c}$.</p>	<p>1. Найдите координаты вектора \overrightarrow{AB}, если $A(6; 3; -2), B(2; 4; -5)$.</p> <p>2. Даны векторы $\vec{a} \{5; -1; 2\}$ и $\vec{b} \{3; 2; -4\}$. Найдите $\vec{a} - 2\vec{b}$.</p> <p>3. Изобразите систему координат $Oxyz$ и постройте точку $B(-2; -3; 4)$. Найдите расстояние от этой точки до координатных плоскостей.</p> <p>4. Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты: $A(-1; 2; 3), B(1; 0; 4), C(3; -2; 1)$. Найдите координаты вектора \overrightarrow{AM}, если AM – медиана $\triangle ABC$.</p> <p>5. Даны векторы \vec{a}, \vec{b} и \vec{c}, причем: $\vec{a} = 4\vec{j} - 3\vec{k}, \vec{b} = \sqrt{2}, \vec{c} \{2; m; 8\},$ $(\vec{a}; \vec{b}) = 45^\circ.$ Найти: а) $\vec{a} \cdot \vec{b}$; б) значение m, при котором $\vec{a} \perp \vec{c}$.</p>

Контрольная работа по теме «Логарифмическая функция»

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $\log_{\frac{1}{2}} 16$; б) $5^{1+\log_5 3}$; в) $\log_3 135 - \log_3 20 + 2\log_3 2$.

2. Сравните числа $\log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{4}$ и $\log_{\frac{1}{2}} \frac{4}{5}$.

3. Решите уравнение $\log_5 (2x - 1) = 2$.

4. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}} (x - 5) > 1$.

5. Решите уравнение $\log_8 x + \log_{\sqrt{2}} x = 14$.

6. Решите неравенство:

а) $\log_{\frac{1}{6}} (10 - x) + \log_{\frac{1}{6}} (x - 3) \geq -1$;

б) $\log_3^2 x - 2\log_3 x \leq 3$.

Вариант 2

1. Вычислите:

Найдите двумя способами и проверьте ответ с помощью треугольника Паскаля:

а) C_4^2 б) C_8^3 в) C_7^5 г) C_9^6

№ 6.

Вычислить:

а) $C_8^2 - C_9^5$ б) $C_9^4 - C_8^5$ в) $\frac{7}{12} + \frac{3!}{4} - \frac{5}{3!}$ в) $\frac{7!+6!}{5!+4!}$

№ 7.

Используя формулу бинома Ньютона, раскройте скобки в выражении:

а) $(f+d)^5$ б) $(t+v)^7$

Контрольная работа по теме «Показательная функция»

Вариант 1.

1. Решите уравнения:

1) $3^{5x+1} = 27$; 2) $5^{x^2-5x-14} = 1$; 3) $3^{x+2} + 4 \cdot 3^{x-1} = 279$; 4) $3 \cdot 81^x - 10 \cdot 9^x + 3 = 0$.

2. Решите неравенства:

1) $4^x > \frac{1}{64}$; 2) $(\frac{1}{3})^{2x} \leq \frac{1}{81}$; 3) $5^{x-1} + 5^{x+1} \leq 26$; 4) $3^{2x+1} - 28 \cdot 3^x + 9 > 0$.

3. Решите систему:
$$\begin{cases} x - y = 4, \\ 5^{x+y} = 25. \end{cases}$$

(Дополнительно)

1) Решить уравнение $2^{x+5} - 3^{x+3} = 2^{x+1} + 6 \cdot 3^{x+1}$.

2) Решить систему
$$\begin{cases} 3^{x^2} < 3^{16}, \\ 2^{x^2-4x} = 32. \end{cases}$$

Вариант 2.

1. Решите уравнения:

1) $11^{4x-3} = 121$; 2) $3^{x^2-4x-21} = 1$; 3) $2^{x+1} + 5 \cdot 2^{x-1} = 144$; 4) $2 \cdot 9^x - 3 \cdot 3^x - 9 = 0$.

2. Решите неравенства:

1) $7^x < \frac{1}{49}$; 2) $(0,1)^{2x} \geq 0,01$; 3) $4^{x+1} - 4^{x-1} > 120$;
4) $7^{2x+1} - 8 \cdot 7^x + 1 \leq 0$.

3. Решите систему:

$$\begin{cases} x + y = -2, \\ 6^{x+5y} = 36. \end{cases}$$

(Дополнительно)

1) Решить уравнение $3^{x+2} + 8 \cdot 5^{x-1} = 5^{x+1} + 10 \cdot 3^{x-1}$.

2) Решить систему
$$\begin{cases} 2^{x^2} > 2^9, \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+3x} = \frac{1}{16}. \end{cases}$$

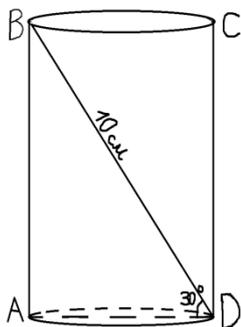
Контрольная работа по теме «Прямые и плоскости в пространстве»

- Прямые a и b пересекаются. Прямая c является скрещивающейся с прямой a . Могут ли прямые b и c быть параллельными?
- Плоскость α проходит через середины боковых сторон AB и CD трапеции $ABCD$ — точки M и N .
 - Докажите, что $AD \parallel \alpha$.
 - Найдите BC , если $AD = 10$ см, $MN = 8$ см.
- Прямая MA проходит через вершину квадрата $ABCD$ и не лежит в плоскости квадрата.
 - Докажите, что MA и BC — скрещивающиеся прямые.
 - Найдите угол между прямыми MA и BC , если $\angle MAD = 45^\circ$.

Вариант 2

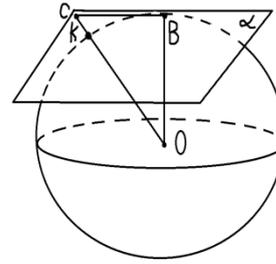
- Прямые a и b пересекаются. Прямые a и c параллельны. Могут ли прямые b и c быть скрещивающимися?
- Плоскость α проходит через основание AD трапеции $ABCD$. M и N — середины боковых сторон трапеции.
 - Докажите, что $MN \parallel \alpha$.
 - Найдите AD , если $BC = 4$ см, $MN = 6$ см.
- Прямая CD проходит через вершину треугольника ABC и не лежит в плоскости ABC . E и F — середины отрезков AB и BC .
 - Докажите, что CD и EF — скрещивающиеся прямые.
 - Найдите угол между прямыми CD и EF , если $\angle DCA = 60^\circ$.

Контрольная работа по теме «Многогранники и тела вращения»



- Дано: цилиндр $ABCD$, угол $BDA = 30^\circ$, $BD = 10$ см. Найти площадь полной поверхности цилиндра.

- Дано: сфера, O -центр, -касательная плоскость,

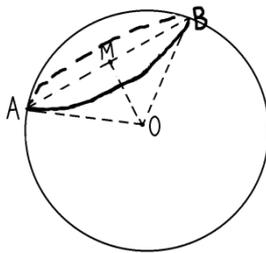


$C \in \alpha$, $BO=R=112$ см, B -точка касания. $CB=15$ см. Найти: CK .

3) Напишите уравнение сферы с центром в точке $A(-4;0;5)$ и $R=\sqrt{8}$.

4) Найти площадь полной поверхности конуса, если $\ell=2\sqrt{6}$ и $R=4$.

5) Дано: шар $AO=OB=R=5$ см, MO -расстояние от центра до сечения. $MO=4$ см. Найти радиус круга $R_k=AM$.



6) Может ли быть в сечении конуса:

а) круг; б) сфера; в) треугольник?

(Примечание :на оценку 4 :№1-всем;№№2-6-по выбору 2 задания ;

на оценку 5-:№1-всем; №№2-6-по выбору 3 задания .)

Контрольная работа по теме «Уравнения и системы уравнений»

Вариант 1.

1 Решите уравнение:

$$\cos^2 x + 6 \sin x = 6$$

2. Решите уравнение:

$$100^{2x+1} = 0,1$$

3. Решите уравнение:

$$\log_{12} (x^2 - 8x + 16) = 0$$

4. Решите уравнение: $\sqrt{2x^2 - 3x + 1} - \sqrt{x^2 - 3x + 2} = 0$

5. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x - y = 14, \\ x^2 - y^2 = 84. \end{cases}$$

Вариант 2.

1 Решите уравнение:

$$2\sin^2 x + 7\cos x + 2 = 0$$

2. Решите неравенство:

$$8^{2x+1} = 0,125$$

3. Решите уравнение:

$$\log_{1/2} (x^2 + 4x - 3) = -1$$

4. Решите уравнение: $\sqrt{3x^2 - 4x - 2} - \sqrt{2x^2 - 2x + 1} = 0$

5. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x - y = 14, \\ \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = 1. \end{cases}$$

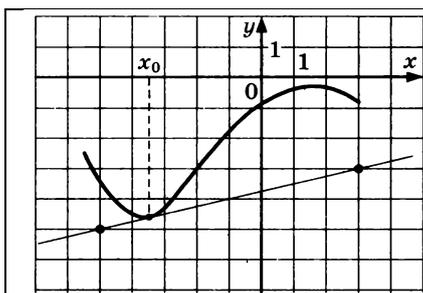
Итоговая контрольная работа за курс математики.

Вариант I

1. Укажите наименьшее и наибольшее значения функции

$$y = x^3 - 6x^2 + 9 \quad \text{на отрезке } [-2; 2].$$

2.



На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

3. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции

$$f(x) = -x^2 + 6x - 5, \text{ прямыми } x = 2, x = 3 \text{ и осью абсцисс, изобразив рисунок.}$$

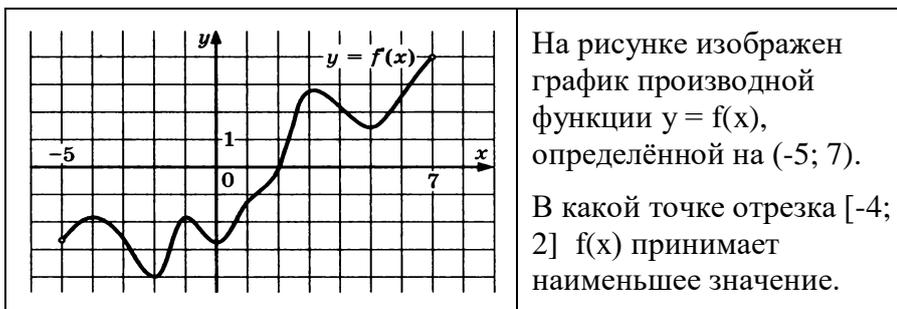
5. Найдите все решения уравнения $\cos 2x + \sin x = \cos^2 x$, принадлежащие отрезку $[0; 2\pi]$.

Вариант II

1. Укажите наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = x^3 + 6x^2 + 9x \quad \text{на отрезке } [-4; 0].$$

2.



3. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 5 очков. Результат округлите до сотых.
4. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $f(x) = x^2 - 6x + 10$, прямыми $x = -1$, $x = 3$ и осью абсцисс, изобразив рисунок.
5. Найдите все решения уравнения $\cos 2x + \sin^2 x = \cos x$, принадлежащие отрезку $[-\pi; \pi]$

Практические работы

Практическая работа «Тожественные преобразования алгебраических и числовых выражений»

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

Повторить знания по теме: «Преобразование числовых и буквенных выражений».

Организовать деятельность по переводу своих знаний от усвоения отдельных фактов и понятий к их обобщению в целостную систему знаний.

Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, справочные пособия по алгебре, микрокалькуляторы.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. С помощью справочных пособий по алгебре повторить:
 - а) правила действий над обыкновенными дробями;
 - б) формулы сокращенного умножения;
 - в) способы разложения выражения на множители;
 - г) правило сокращения дробей.
2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Оформить отчет о работе.

Правила действий над обыкновенными дробями:

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}; \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}; \quad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

Формулы сокращенного умножения:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2; \quad a^2 - b^2 = (a + b)(a - b);$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2); \quad (a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Вариант 1.

Вычислите значение выражения: $\left(\left(2,15 - 1\frac{5}{16} \right) : 33,5 + 5\frac{1}{7} \cdot 3,85 - 15,7 \right) \cdot \frac{8}{11} + 2,25$.

Упростите выражение: $\left(\frac{x+10}{5x+25} - \frac{1}{x+5} \right) \frac{5}{x-5} - \frac{10}{x^2-25}$.

Вариант 2.

Вычислите значение выражения: $\left(75 : 4\frac{1}{6} - 3\frac{9}{23} \cdot 3 \right) \left(1\frac{5}{18} + 0,35 - \frac{11}{15} \right) : 1,4$.

Упростите выражение: $\frac{y^2}{y^2-1} + \frac{1}{y^2-1} : \left(\frac{2}{2y-y^2} - \frac{1}{2-y} \right)$.

Вариант 3.

Вычислите значение выражения: $45,09 : 1,5 - \left(2\frac{1}{3} \cdot 4\frac{1}{2} - 2,5 \cdot 2\frac{1}{2} \right) : 4\frac{1}{4}$.

Упростите выражение: $\frac{2m}{m^2-4} - \frac{2}{m^2-4} : \left(\frac{m+1}{2m-2} - \frac{1}{m-1} \right)$.

Вариант 4.

Вычислите значение выражения: $\left(3\frac{1}{3} \cdot 6,6 + 2 : 12,75 \right) : \left(\frac{2}{3} - \frac{20}{51} + 1\frac{16}{17} \right) : 2,5$.

Упростите выражение: $\frac{3a}{a^2-9} - \frac{3}{a^2-9} : \left(\frac{a+2}{3a-3} - \frac{1}{a-1} \right)$.

Практическая работа «Действия со степенями»

Цель: Овладение навыками вычисления и сравнения степеней с рациональными показателями преобразования выражений, содержащих степени.

Задачи: 1. Научиться находить значения степени на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства; пользоваться приближенной оценкой при практических расчетах.

2. Научиться выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней.

3. Научиться использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства.

Ход работы

1. Проверка готовности к практической работе: устный опрос.

2. Выполнение заданий.

1) Для того чтобы выполнить практическую работу, необходимо выбрать соответствующие задания по вашему варианту.

2) Опираясь на теоретический материал, тренировочные упражнения на уроке и домашнее задание, произвести расчет следующих заданий

Методические рекомендации.

Опр.

Если n – натуральное число, m – целое число и частное $-\frac{m}{n}$ является целым числом, то

при $a > 0$ справедливо равенство $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

Пример

$$16^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{16^3} = \sqrt[4]{2^{12}} = 2^3 = 8$$

Опр.

Для любых рациональных чисел p и q и $a > 0$ и $b > 0$ верны равенства:

1. $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$

2. $a^p : a^q = a^{p-q}$

3. $(a^p)^q = a^{p \cdot q}$

4. $(ab)^p = a^p \cdot b^p$

5. $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$

6. Если $a \neq 0$, то $a^0 = 1$

Пример

$$8^{\frac{1}{3}} \cdot 8^{\frac{1}{3}} - 16 : 16^{\frac{3}{4}} + \left(9^{\frac{1}{7}}\right)^{\frac{7}{2}} = 8^{\frac{2}{3}} - 16^{\frac{1}{4}} + 9^{\frac{1}{2}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} - (2^4)^{\frac{1}{4}} + (3^2)^{\frac{1}{2}} = 2^2 - 2 + 3 = 4 - 2 + 3 = 5$$

Задание:

Вариант 1

1. Сравните с единицей следующие степени:

а) $\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{2}{3}}$; б) $\left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{3}{4}}$; в) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{6}{7}}$; г) $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{4}{5}}$; д) $(0,21)^{0,1}$.

2. Вычислите: а) $2^{2-3\sqrt{3}} \cdot 8^{\sqrt{3}}$; б) $\frac{12^{3+\sqrt{5}}}{3^{2+\sqrt{5}} \cdot 4^{1+\sqrt{5}}}$.

3. Найдите значение выражения:

а) $8^{\frac{2}{3}} - 16^{\frac{1}{4}} + 9^{\frac{1}{2}}$; б) $\left[\left(\frac{3}{5}\right)^{-3}\right]^{\frac{2}{3}} \cdot 1,5^{-2}$; в) $2,5^{-2} \div \left(\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}\right)^{-2}$

г) $125^{\frac{2}{3}} + 16^{\frac{1}{2}} + 343^{\frac{1}{3}}$ д) $\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{3}{4}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot (0,81)^{-0,5}$; е) $0,3^0 \cdot \left[\left(\frac{6}{5}\right)^{-4}\right]^{-0,25} \cdot 0,36^{-0,5} \cdot \sqrt{0,0001^{-1}}$.

Вариант 2

1. Сравните с единицей следующие степени:

а) $\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{5}}$; б) $\left(\frac{7}{4}\right)^{\frac{1}{4}}$; в) $\left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{5}{6}}$; г) $\left(\frac{7}{3}\right)^{\frac{3}{4}}$; д) $(0,31)^{0,2}$.

2. Вычислите: а) $4^{1-2\sqrt{3}} \cdot 16^{\sqrt{3}}$; б) $\frac{15^{4+2\sqrt{3}}}{5^{6+2\sqrt{3}} \cdot 3^{3+2\sqrt{3}}}$.

3. Найдите значение выражения:

а) $36^{\frac{3}{2}} + 64^{\frac{2}{3}} - 625^{\frac{1}{2}}$; б) $\left(\left(\frac{5}{2}\right)^{-2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot 0,6^{-2}$;

в) $16^{0,5} + \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-6}$; г) $(-0,2)^0 \cdot \left(\left(\frac{5}{6}\right)^4\right)^{-0,25} \cdot 1,2^{-1} \cdot \sqrt{0,01^{-3}}$.

д) $\left(\left(\frac{3}{5}\right)^{-4}\right)^{-0,75} \cdot 0,09^{-0,5} \cdot (-3)^0 \cdot \sqrt{0,1^{-8}}$ е) $0,008^{\frac{2}{3}} + 0,064^{\frac{1}{3}} - 0,0625^{\frac{3}{4}} \cdot 9$

Вариант 3

1. Сравните с единицей следующие степени:

а) $\left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{2}{5}}$; б) $\left(\frac{5}{6}\right)^{\frac{3}{4}}$; в) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{6}{7}}$; г) $\left(\frac{9}{5}\right)^{-\frac{4}{5}}$; д) $(0,27)^{0,3}$.

2. Вычислите: а) $5^{1-4\sqrt{3}} \cdot 25^{2\sqrt{3}}$; б) $\frac{18^{4+2\sqrt{3}}}{2^{5-2\sqrt{3}} \cdot 3^{3+2\sqrt{3}}}$.

3. Найдите значение выражения:

а) $9^{-0,5} - \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{4}{3}} + (0,25)^{-1,5}$; б) $\sqrt[4]{9} \cdot \sqrt[3]{9}$; в) $\left(\left(\frac{5}{3}\right)^{-2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot 0,6^{-2}$

г) $0,125^{\frac{1}{3}} + 0,81^{\frac{1}{2}} - 0,027^{\frac{2}{3}}$; д) $\left(16^{-0,25} - (2\sqrt{2})^{\frac{1}{3}}\right) \cdot \left(16^{-0,25} + (2\sqrt{2})^{\frac{1}{3}}\right)$.

е) $25^{\frac{1}{2}} - 27^{\frac{2}{3}} + 81^{\frac{13}{4}}$

Вариант 4

1. Сравните с единицей следующие числа:

а) $\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{2}{3}}$; б) $\left(\frac{6}{5}\right)^{\frac{3}{4}}$; в) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-\frac{5}{6}}$; г) $\left(\frac{8}{3}\right)^{-\frac{4}{5}}$; д) $(0,41)^{0,1}$.

2. Вычислите: а) $9^{2-\sqrt{3}} \cdot 81^{\sqrt{3}}$; б) $\frac{250^{1+2\sqrt{3}}}{2^{6+2\sqrt{3}} \cdot 5^{3+2\sqrt{3}}}$.

3. Найдите значение выражения:

а) $(0,04)^{-1,5} (0,125)^{-\frac{1}{3}} - \left(\frac{1}{121}\right)^{\frac{1}{2}}$; б) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{27}$;

в) $0,25^{-\frac{3}{2}} + 3 \cdot 0,0081^{-0,25} + \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75}$; г) $0,0016^{-\frac{3}{4}} + 0,04^{\frac{1}{2}} - 0,216^{\frac{2}{3}} \cdot 9$

д) $\left(\left(3\sqrt{3}\right)^{\frac{2}{3}} - \frac{1}{0,5^{-1}}\right) \cdot \left(\left(3\sqrt{3}\right)^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{0,5^{-1}}\right)$.

$$е) \sqrt{0,1^{-4}} \cdot \left(\frac{2}{13}\right)^0 \cdot \left(\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}\right)^{-0,5} \div 0,81^{-0,5}$$

Практическая работа «Преобразования логарифмических и показательных выражений»

Цель: Формирование умений вычисления логарифмов по произвольному основанию.

Задачи: 1. Научиться находить значения логарифма на основе определения, используя при необходимости инструментальные средства.

2. Научиться выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами логарифмов.

Ход работы

1. Проверка готовности к практической работе: устный опрос.

2. Выполнение заданий.

1) Для того чтобы выполнить практическую работу, необходимо выбрать соответствующие задания по вашему варианту.

2) Опираясь на теоретический материал, тренировочные упражнения на уроке и домашнее задание, произвести расчет следующих заданий:

Методические рекомендации.

Опр.

Логарифмом числа b по основанию a , где $a > 0$, $a \neq 1$, называется показатель степени, в которую надо возвести число a , чтобы получить число b .

Примеры

1. $\log_5 25 = 2$, т.к. $5^2 = 25$

2. $\log_3 3 = 1$, т.к. $3^1 = 3$

Определение логарифма можно записать так $a^{\log_a b} = b$. Его называют основным логарифмическим тождеством.

При преобразовании и вычислении значений логарифмических выражений применяют свойства логарифмов.

Свойства

$$1. \log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

$$2. \log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$$

$$3. \log_a b^r = r \cdot \log_a b$$

$$4. \log_{a^p} b = \frac{1}{p} \cdot \log_a b$$

Формула перехода к другому основанию: $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

Опр.

Десятичным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию 10 и пишут lgb вместо $\log_{10} b$

$$\log_{10} b = lgb$$

Опр.

Натуральным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию e , где e - иррациональное число, приближённо равное 2,7. При этом пишут lnb вместо $\log_e b$, т.е. $\log_e b = lnb$

Действие нахождения логарифма числа называется логарифмированием.

Действие, обратное логарифмированию называется потенцированием.

Задания:

Вариант 1

1. Вычислите: 1) $\log_2 16$; 2) $\log_2 64$; 3) $\log_2 2$; 4) $\log_2 1$.

2. Найдите значение выражения:

а) $\log_2 15 - \log_2 \frac{15}{16}$; б) $\log_{10} 5 + \log_{10} 2$;

в) $\log_3 6 + \log_3 \frac{3}{2}$; г) $\log_8 \frac{1}{16} - \log_8 32$;

д) $\log_{11} \sqrt[3]{121}$; е) $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt[4]{243}$;

ж) $\frac{\log_5 27}{\log_5 9}$; з) $\frac{\log_5 36 - \log_5 12}{\log_5 9}$;

$$\text{и) } \frac{\log_2 24 - \frac{1}{2} \log_2 72}{\log_3 18 - \frac{1}{3} \log_3 72}; \text{к) } \log_5 \sqrt{7} + 2 \log_{25} \sqrt{7};$$

Вариант 2

1. Вычислите: 1) $\log_3 27$; 2) $\log_3 81$; 3) $\log_3 3$; 4) $\log_3 1$.

2. Найдите значение выражения:

а) $\log_{\frac{1}{3}} 54 - \log_{\frac{1}{3}} 2$; б) $\log_{10} 8 + \log_{10} 125$;

в) $\log_{12} 2 + \log_{12} 72$; г) $\log_5 75 - \log_5 3$;

д) $\log_{13} \sqrt[5]{169}$; е) $\log_2 \frac{1}{\sqrt[6]{128}}$;

ж) $\frac{\log_3 8}{\log_3 16}$; з) $\frac{\log_7 8}{\log_7 15 - \log_7 30}$;

и) $\frac{\log_7 14 - \frac{1}{3} \log_7 56}{\log_6 30 - \frac{1}{2} \log_6 150}$; к) $4 \frac{\log_7 2}{\log_7 80} + \log_{80} 5$;

Вариант 3

1. Вычислите: 1) $\log_2 \frac{1}{2}$; 2) $\log_2 \frac{1}{8}$; 3) $\log_2 \sqrt{2}$; 4) $\log_2 \frac{1}{\sqrt{2}}$

2. Найдите значение выражения:

а) $\log_{10} 5 + \log_{10} 2$; б) $\log_{10} 8 - \log_{10} 125$;

в) $\log_2 15 - \log \frac{15}{16}$; г) $\log_5 75 - \log_5 3$;

д) $\frac{1}{2} \log_7 36 - \log_7 14 - 3 \log_7 \sqrt[3]{21}$ е) $\log_8 12 - \log_8 15 + \log_8 20$;

ж) $\frac{\log_2 24 - \frac{1}{2} \log_2 72}{\log_3 18 - \frac{1}{3} \log_3 72}$; з) $\frac{\log_7 14 - \frac{1}{3} \log_7 56}{\log_6 30 - \frac{1}{2} \log_6 150}$;

и) $\frac{\log_5 36 - \log_5 12}{\log_5 9}$; к) $\frac{\log_7 8}{\log_7 15 - \log_7 30}$

Вариант 4

1. Вычислите: 1) $\log_3 \frac{1}{9}$; 2) $\log_3 \frac{1}{3}$; 3) $\log_3 \sqrt[4]{3}$; 4) $\log_3 \frac{1}{\sqrt[4]{3}}$.

2. Найдите значение выражения:

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } \log_{12} 2 + \log_{12} 72; & \text{б) } \log_3 6 + \log_3 \frac{3}{2} \\
 \text{в) } \log_{\frac{1}{3}} 54 - \log_{\frac{1}{3}} 2; & \text{г) } \log_8 \frac{1}{16} - \log_8 32 \\
 \text{д) } \log_9 15 + \log_9 18 - \log_9 10 & \text{е) } 2 \log_{\frac{1}{3}} 6 - \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{3}} 400 + 3 \log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{45} \\
 \text{ж) } \frac{\log_2 4 + \log_2 \sqrt{10}}{\log_2 20 + 3 \log_2 2}; & \text{з) } \frac{3 \log_7 2 - \frac{1}{2} \log_7 64}{4 \log_5 2 + \frac{1}{3} \log_5 27} \\
 \text{и) } \frac{\log_3 216}{\log_8 3} - \frac{\log_3 24}{\log_{72} 3}; & \text{к) } \frac{\log_2 192}{\log_{12} 2} - \frac{\log_2 24}{\log_{96} 2}
 \end{array}$$

Практическая работа «Тожественные преобразования логарифмических и показательных выражений»

Цель: Овладение навыками логарифмирования и потенцирования выражений.

Задачи: 1. Научиться выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами логарифмов.

2. Научиться использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие логарифмы и выражения, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства.

Ход работы

1. Проверка готовности к практической работе: устный опрос.

2. Выполнение заданий.

1) Для того чтобы выполнить практическую работу, необходимо выбрать соответствующие задания по вашему варианту.

2) Опираясь на теоретический материал, тренировочные упражнения на уроке и домашнее задание, произвести расчет следующих заданий:

Задание.

Вариант 1

1. Найдите x : а) $\lg x = \frac{1}{2} \lg 7 + \lg 5 - 2 \lg 3$

б) $\log_3 x = \log_3 18 - \frac{1}{3} \log_3 8$;

в) $\lg x = 2 \lg a - \frac{2}{3} \lg b + \lg c$.

з) $\log_3 x = 4\log_3 a + 7\log_3 b$

2. Прологарифмируйте по основанию 10 выражение: $x = \sqrt{\frac{a \cdot \sqrt[4]{b^3}}{b\sqrt{a}}} \sqrt{(ab)^{-3}}$.

3. Вычислите: 1) $36^{-1.6} \cdot \frac{1 - \log_1 36}{6}$ 2) $\left(81^{\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\log_9 4} + 25^{\log_{125} 8}\right) \cdot 49^{\log_7 2}$

Вариант 2

1. Найдите x: а) $\log_4 x = 2\log_4 3 + \frac{1}{2}\log_4 49 - \frac{1}{3}\log_4 27$;

б) $\lg x = \lg a + 2\lg b - \frac{1}{2}\lg c$.

в) $\lg x = 4\lg a - \frac{1}{3}2\lg b - \frac{2}{3}\lg c$.

г) $\log_{\frac{1}{2}} x = \frac{2}{3}\log_{\frac{1}{2}} a - \frac{1}{5}\log_{\frac{1}{2}} b$

2. Прологарифмируйте по основанию 10 выражение: $x = \frac{\sqrt[4]{cb^3 \sqrt{a^3}}}{8a}$.

3. Вычислите: 1) $2^{1+3\log_2 5}$ 2) $36^{\log_6 5} + 10^{1-\log_{10} 2} - 8^{\log_2 3}$.

Вариант 3

1. Найдите x: а) $\log_2 x = 2\log_2 3 + \frac{1}{2}\log_2 9$;

б) $\lg x = \frac{4}{3}\lg a + 2\lg b - 3\lg c$.

в) $\lg x = \frac{3}{2}\lg a + \frac{1}{2}\lg b - 3\lg c$.

г) $\log_{\frac{2}{3}} x = \frac{1}{4}\log_{\frac{2}{3}} a + \frac{4}{7}\log_{\frac{2}{3}} b$

2. Прологарифмируйте по основанию 10 выражение: $x = \frac{\sqrt{10a \cdot \sqrt[3]{0,01}}}{\sqrt[5]{100a^{-2}}}$

3. Вычислите: 1) $16^{0,5\log_4 10+1}$ 2) $\left(81^{\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\log_9 4} + 25^{\log_{125} 8}\right) \cdot 49^{\log_7 2}$.

Вариант 4

1. Найдите x: а) $\lg x = \frac{1}{3}\lg 8 - \frac{1}{2}\lg 25 + 2\lg 5$

$$\text{б) } \log_3 x = 2 \log_3 7 + \frac{1}{5} \log_3 32 - \frac{1}{2} \log_3 196;$$

$$\text{в) } \lg x = 5 \lg a + 2 \lg b - \frac{1}{3} \lg c.$$

$$\text{г) } \log_5 x = 2 \log_5 a - 3 \log_5 b$$

$$2. \text{ Прологарифмируйте по основанию 10 выражение: } x = \frac{\sqrt[3]{0,1a\sqrt{1000}}}{\sqrt[4]{10a^{-3}}}.$$

$$3. \text{ Вычислите: } 1) \left(\frac{1}{7}\right)^{1+2\log_7 3} \quad 2) 11^{\log_{11}\sqrt{11}} 125^{-\log_{12} 9}.$$

Практическая работа «Тожественное преобразование тригонометрических выражений»

Цель: Формирование умений преобразовывать суммы тригонометрических функций в произведение и произведения тригонометрических функций в сумму.

Задачи: 1. Изучить формулы суммы и разности синусов и косинусов.

2. Научиться применять формулы суммы и разности синусов и косинусов в преобразованиях тригонометрических выражений.

Ход работы

1. Проверка готовности к практической работе: устный опрос.

2. Выполнение заданий.

1) Для того чтобы выполнить практическую работу, необходимо выбрать соответствующие задания по вашему варианту.

2) Опираясь на теоретический материал, тренировочные упражнения на уроке и домашнее задание, произвести расчет следующих заданий:

Задания:

Вариант 1

Преобразуйте сумму тригонометрических функций в произведение:

$$\text{а) } \cos \frac{\pi}{8} - \cos \frac{\pi}{18}; \quad \text{б) } \cos 75^\circ + \cos 15^\circ; \quad \text{в) } \sin 52^\circ - \sin 32^\circ.$$

Преобразуйте в сумму:

$$\text{а) } \cos 45^\circ \cdot \cos 15^\circ; \quad \text{б) } \cos \alpha \cdot \cos(\alpha + \beta).$$

Вычислите:

а) $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$; б) $2 \cos^2 \frac{\pi}{12} - 1$.

4. Упростите: $\cos 2\alpha + \sin 2\alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha$.

Вариант 2

Преобразуйте сумму тригонометрических функций в произведение:

а) $\sin 78^\circ - \sin 42^\circ$; б) $\cos \frac{\pi}{10} - \cos \frac{\pi}{20}$ в) $\sin 105^\circ + \sin 75^\circ$;

2. Преобразуйте в сумму:

а) $\sin \frac{\pi}{24} \cdot \cos \frac{5\pi}{24}$; б) $2 \sin \alpha \cdot \sin 2\alpha \cdot \sin 3\alpha$

3. Вычислите:

а) $\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}$; б) $1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{8}$.

4. Упростите: $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + \cos 2\alpha$.

Вариант 3

Преобразуйте сумму тригонометрических функций в произведение:

а) $\cos 152^\circ + \cos 28^\circ$; б) $\sin 52^\circ - \sin 32^\circ$ в) $\cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{7\pi}{12}$

Преобразуйте в сумму:

а) $\cos 20^\circ \cdot \cos 10^\circ$; б) $8 \cos(\alpha - \beta) \cdot \cos(\alpha - \gamma) \cdot \cos(\gamma - \beta)$.

3. Вычислите: а) $\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ$; б) $\frac{2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{8}}$.

4. Упростите: $2 \operatorname{ctg} 2\alpha + \operatorname{tg} \alpha$

Вариант 4

1. Преобразуйте сумму тригонометрических функций в произведение:

а) $\cos 20^\circ - \cos 80^\circ$; б) $\sin \frac{5\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12}$ в) $\sin 75^\circ + \sin 15^\circ$

Преобразуйте в сумму:

а) $\sin 37^{\circ}30' \cdot \sin 7^{\circ}30'$; б) $\cos 75^{\circ} \cdot \cos 105^{\circ}$.

3. Вычислите: а) $\cos \frac{7\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}$; б) $2 \sin(x + \alpha) \cdot \cos(x - \alpha)$.

4. Упростите: $\frac{\cos 6\alpha + \cos 2\alpha}{\sin 5\alpha - \sin 3\alpha}$

Практическая работа «Решение простейших тригонометрических уравнений»

Цель: Формирование умений решения простейших тригонометрических уравнений.

Задачи: 1. Изучить основные виды простейших тригонометрических уравнений, частные случаи.

2. Научиться записывать решения простейших тригонометрических уравнений.

Ход работы

1. Проверка готовности к практической работе: устный опрос.

2. Выполнение заданий.

1) Для того чтобы выполнить практическую работу, необходимо выбрать соответствующие задания по вашему варианту.

2) Опираясь на теоретический материал, тренировочные упражнения на уроке и домашнее задание, произвести расчет следующих заданий:

Методические рекомендации

Опр.

Уравнение называется тригонометрическим, если неизвестная величина входит в него как аргумент тригонометрической функции.

Уравнения вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$ называются простейшими. Для них выведены формулы корней:

Решение тригонометрических уравнений

Уравнение	a	Формулы решений	Частные случаи
$\sin x = a$	$ a > 1$	Нет решений	—
	$ a \leq 1$	$x = (-1)^k \times \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$	$\sin x = 0;$ $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$
			$\sin x = 1; x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
$\sin x = -1; x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$			
$\cos x = a$	$ a > 1$	Нет решений	—
	$ a \leq 1$	$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\cos x = 0;$ $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
			$\cos x = 1;$ $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
$\cos x = -1;$ $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$			
$\operatorname{tg} x = a$	a — любое число	$x = \operatorname{arctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$	—
$\operatorname{ctg} x = a$	a — любое число	$x = \operatorname{arcctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	—

К этим уравнениям сводятся все другие. Для большинства таких уравнений требуется применение различных формул и преобразование тригонометрических выражений.

1. Уравнения, сводящиеся к квадратным $8\sin^2 x - 6\sin x - 3 = 0$. Вводят новую переменную $\sin x = t$

Решить уравнение $2\cos^2 x - 5\sin x + 1 = 0$.

► Заменяя $\cos^2 x$ на $1 - \sin^2 x$, получаем

$$2(1 - \sin^2 x) - 5\sin x + 1 = 0, \text{ или}$$

$$2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0.$$

Обозначая $\sin x = y$, получаем $2y^2 + 5y - 3 = 0$, откуда $y_1 = -3, y_2 = \frac{1}{2}$.

1) $\sin x = -3$ — уравнение не имеет корней, так как $|-3| > 1$;

2) $\sin x = \frac{1}{2}, x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n,$

$n \in \mathbb{Z}$.

$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}. \triangleleft$

2. Уравнения вида $a\sin x + b\cos x = 0, a \neq 0, b \neq 0$ называются однородными относительно $\sin x$ и $\cos x$. Оно решается делением обеих частей на $\cos x \neq 0$. В результате получается уравнение

$a \cdot \operatorname{tg} x + b = 0$. Этим же способом решается уравнение $2 \sin^2 x - 5 \sin x \cdot \cos x + 3 \cos^2 x = 0$.
Обе части уравнения делятся на $\cos^2 x$ или $\sin^2 x$.

Решить уравнение $2 \sin x - 3 \cos x = 0$.

Поделив уравнение на $\cos x$, получим $2 \operatorname{tg} x - 3 = 0$,

$$\operatorname{tg} x = \frac{3}{2}, \quad x = \operatorname{arctg} \frac{3}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbf{Z}. \quad \sphericalangle$$

Уравнения, решаемые разложением левой части на множители

Пример

$$\sin 2x - \sin x = 0$$

$2 \sin x \cdot \cos x - \sin x = 0$ Общий множитель $\sin x$ выносится за скобки.

$$\sin x \cdot (2 \cos x - 1) = 0$$

$$\sin x = 0 \quad \text{или} \quad 2 \cos x - 1 = 0$$

$$x = \pi n, n \in \mathbf{Z} \quad \cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$$

Ответ: $x = \pi n, \quad x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in \mathbf{Z}$

Если уравнение имеет две серии корней, полученных при решении тригонометрических уравнений, имеющую общую часть, в ответе можно оставлять обе серии. Например, $x = \pi n$;

$$x = \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbf{Z}$$

Задания: Решите уравнения.

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
$\sin 2x = 1$	$\operatorname{tg} 2x = 0;$	$\sin 3x = 1;$	$\sin 3x = -1;$
$\sin 3x = 0;$	$\cos 2x = -1$	$\cos \frac{x}{5} = 1;$	$\operatorname{tg} \frac{x}{3} = 0;$
$\cos 5x = 0;$	$\cos \frac{x}{2} = 0;$	$\operatorname{ctg} 2x = 0$	$\sin 6x = 0;$
$\sin \frac{x}{2} = -1;$	$2 \sin \left(\frac{\pi}{3} - x \right) = 1;$	$\sin \frac{x}{2} + 1 = 0;$	$\cos \frac{x}{2} + 1 = 0;$

$tg4x = \frac{1}{\sqrt{3}};$	$\cos \frac{2}{3}x = \frac{\sqrt{3}}{2};$	$tg\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$	$ctg3x = \sqrt{3};$
$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right);$	$\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = 0;$	$\cos(\pi + x) = \sin \frac{\pi}{2};$	$2\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{2};$
$\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -1$	$\cos\left(3x + \frac{\pi}{5}\right) = 0;$	$\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = -1;$	$\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 1;$
$\cos \frac{x}{2} = -1;$	$\sin \frac{x}{2} = 0;$	$ctg3x = 1;$	$\sin \frac{x}{5} = 1;$
$\cos(2x + 5^\circ) - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0;$	$tg(x + 60^\circ) = \sqrt{3};$	$2\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 1;$	$\sin(\pi + x) = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right);$
$\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = 0;$	$\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2};$	$2\sin \frac{x}{4} - \sqrt{3} = 0;$	$2\cos \frac{x}{4} - \sqrt{3} = 0;$
$tg(x^2) = 1$	$\cos(x^2) = \frac{1}{2}$	$tg(3x^2) = 1$	$\sin(2x^2) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

1 вариант

Решить уравнения:

1) $\left(2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1\right)(2ctgx + 1) = 0$ 2) $tgx + 9ctgx - 10 = 0$

3) $2\sin 2x = 3\cos 2x$ 4) $3\sin^2 x + \sin x \cdot \cos x - 2\cos^2 x = 0$

5) $\sin 5x = \sin x$ 6) $\sin 4x + \sin^2 2x = 0$

2 вариант

Решить уравнения:

1) $\left(1 - \sqrt{2}\cos \frac{x}{4}\right)\left(1 + \sqrt{3}ctgx\right) = 0$ 2) $4\sin^2 x - \cos x - 1 = 0$

3) $4\sin x + \cos x = 0$ 4) $3\sin^2 x - 7\sin x \cdot \cos x + 2\cos^2 x = 0$

5) $\cos 3x - \cos 5x = \sin 4x$ 6) $2\sin x \cdot \cos x = \cos x$

Практическая работа: «Вычисление пределов»

Цель: сформировать умение находить пределы функций, использовать замечательные пределы для нахождения пределов.

Теоретические сведения к практической работе.

Число A называют *пределом функции* $f(x)$ при $x \rightarrow x_0$ (и пишут $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$), если для любого $\varepsilon > 0$ найдется число $\delta > 0$, зависящее от ε , такое, что для всех $x \neq x_0$, удовлетворяющих условию $|x - x_0| < \delta$, выполняется неравенство $|f(x) - A| < \varepsilon$.

Теоремы о пределах:

1. $\lim_{x \rightarrow x_0} c = c$ ($c = \text{const}$).

2. Если $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ $\lim_{x \rightarrow x_0} \varphi(x) = B$ то:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \pm \varphi(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow x_0} \varphi(x) = A \pm B$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \cdot \varphi(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} \varphi(x) = AB$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{\varphi(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} \varphi(x)} = \frac{A}{B} \quad (B \neq 0).$$

Первый замечательный предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

Второй замечательный предел (число $e = 2,718\dots$):

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 1/x)^x = e \quad \text{или} \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{1/x} = e$$

Замечательные пределы:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x} = \log_a e$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^\alpha - 1}{x} = \alpha$$

Примеры решения:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x - 5}{x + 1} = \frac{2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 - 5}{1 + 1} = \frac{-6}{2} = -3$$

Когда дан любой предел, сначала просто пытаемся подставить число в функцию

1) Пределы с неопределенностью вида $\frac{\infty}{\infty}$ и метод их решения

1) деление на x в старшей степени:

Пример 1:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{1 + x + 3x^2} \frac{\infty}{\infty}$$

Сначала мы смотрим на числитель и находим x в старшей степени:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{1 + x + 3x^2}$$

Старшая степень в числителе равна двум.

Теперь смотрим на знаменатель и тоже находим x в старшей степени:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{1 + x + 3x^2}$$

Старшая степень знаменателя равна двум.

Затем мы выбираем самую старшую степень числителя и знаменателя: в данном примере они совпадают и равны двойке.

Итак, метод решения следующий: для того, чтобы раскрыть

неопределенность $\frac{\infty}{\infty}$ необходимо разделить числитель и знаменатель на x в старшей степени.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{1 + x + 3x^2} = \frac{\infty}{\infty} = (*)$$

Разделим числитель и знаменатель

$$(*) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x^2 - 3x - 5}{x^2}}{\frac{1 + x + 3x^2}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x^2}{x^2} - \frac{3x}{x^2} - \frac{5}{x^2}}{\frac{1}{x^2} + \frac{x}{x^2} + \frac{3x^2}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{3 \rightarrow 0}{x} - \frac{5 \rightarrow 0}{x^2}}{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 3} = \frac{2}{3}$$

на x^2

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + 15x^2 + 9x + 1}{5x^4 + 6x^2 - 3x - 4} \text{ Пример 2:}$$

Найти предел

Снова в числителе и знаменателе находим x в старшей степени:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + 15x^2 + 9x + 1}{5x^4 + 6x^2 - 3x - 4}$$

Максимальная степень в числителе: 3

Максимальная степень в знаменателе: 4

Выбираем **наибольшее** значение, в данном случае четверку.

Разделим числитель и знаменатель на x^4

$$\begin{aligned}
 (*) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + 15x^2 + 9x + 1}{5x^4 + 6x^2 - 3x - 4} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{7}{x} + \frac{15}{x^2} + \frac{9}{x^3} + \frac{1}{x^4}}{5 + \frac{6}{x^2} - \frac{3}{x^3} - \frac{4}{x^4}} = \\
 &= \frac{0+0+0+0}{5+0-0-0} = \frac{0}{5} = 0
 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{x + 1} = \frac{\infty}{\infty} = (*) \text{ Пример 3}$$

Найти предел

Разделим числитель и знаменатель на x^2

$$(*) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x^2 - 3x - 5}{x^2}}{\frac{x + 1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{3}{x} - \frac{5}{x^2}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} = \frac{2}{0} = \infty$$

при раскрытии неопределенности вида $\frac{\infty}{\infty}$ у нас может получиться *конечное число*, ноль или бесконечность.

2. Пределы с неопределенностью вида $\frac{0}{0}$ и метод их решения

1) разложение числителя и знаменателя на множители.

Пример 4

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - 3x - 5}{x + 1} = \frac{0}{0} = (*)$$

Разложим числитель и знаменатель на множители

Для того чтобы разложить числитель на множители, нужно решить квадратное уравнение:

$$2x^2 - 3x - 5 = 0$$

Сначала находим дискриминант:

$$D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 9 + 40 = 49$$

И квадратный корень из него: $\sqrt{D} = \sqrt{49} = 7$ Далее находим

$$\text{корни: } x_1 = \frac{-(-3) - 7}{2 \cdot 2} = \frac{3 - 7}{4} = \frac{-4}{4} = -1 \quad x_2 = \frac{-(-3) + 7}{2 \cdot 2} = \frac{3 + 7}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \quad \text{Таким}$$

$$\text{образом: } 2x^2 - 3x - 5 = 2(x - (-1)) \cdot \left(x - \frac{5}{2}\right) = 2(x + 1) \cdot \left(x - \frac{5}{2}\right) = (x + 1) \cdot (2x - 5)$$

Всё. Числитель на множители разложен.

Знаменатель. Знаменатель $x + 1$ уже является простейшим множителем, и упростить его никак нельзя.

$$(*) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1) \cdot (2x-5)}{x+1} = (*) \quad \text{можно сократить на } (x+1) :$$

$$(*) = \lim_{x \rightarrow -1} (2x-5) = (*) \quad \text{Теперь и подставляем } -1 \text{ в выражение, которое осталось под знаком}$$

предела: $= 2 \cdot (-1) - 5 = -2 - 5 = -7$

$$(*) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1) \cdot (2x-5)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (2x-5) = -2 - 5 = -7$$

2) умножение числителя и знаменателя на сопряженное выражение.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - \sqrt{10x-21}}{5x-15} = \frac{0}{0} = (*) \quad \text{Пример 5}$$

Найти предел

Умножаем числитель и знаменатель на сопряженное

$$(*) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt{x+6} - \sqrt{10x-21}) \cdot (\sqrt{x+6} + \sqrt{10x-21})}{(5x-15) \cdot (\sqrt{x+6} + \sqrt{10x-21})} = (*)$$

выражение:

Применяем сверху

$$(*) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt{x+6})^2 - (\sqrt{10x-21})^2}{(5x-15) \cdot (\sqrt{x+6} + \sqrt{10x-21})} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+6 - (10x-21)}{(5x-15) \cdot (\sqrt{x+6} + \sqrt{10x-21})} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+6 - 10x + 21}{(5x-15) \cdot (\sqrt{x+6} + \sqrt{10x-21})} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-9x + 27}{(5x-15) \cdot (\sqrt{x+6} + \sqrt{10x-21})} = (*)$$

формулу $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$: Неопределеннос

$\frac{0}{0}$ не пропала (попробуйте подставить тройку), да и корни тоже не исчезли. Но с суммой корней всё значительно проще, ее можно превратить в постоянное число. Как это сделать? Да просто подставить тройку под корни:

$$(*) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-9x + 27}{(5x-15) \cdot (\sqrt{3+6} + \sqrt{10 \cdot 3 - 21})} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-9x + 27}{(5x-15) \cdot (\sqrt{9} + \sqrt{9})} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-9x + 27}{(5x-15) \cdot (3+3)} =$$

$$= \frac{1}{6} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-9x + 27}{5x-15} = (*)$$

Число, как уже отмечалось ранее, лучше вынести за значок предела.

Теперь осталось разложить числитель и знаменатель на множители и сократить «виновников» неопределённости, ну а предел константы – равен самой константе:

$$(*) = \frac{1}{6} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-9(x-3)}{5(x-3)} = \frac{1}{6} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-9}{5} = \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{-9}{5} \right) = -\frac{3}{10}$$

Решение данного примера в чистовом варианте выглядит так:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - \sqrt{10x-21}}{5x-15} = \frac{0}{0} = (*)$$

Умножим числитель и знаменатель на сопряженное выражение.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin x}{x} &= 1 \quad (*) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt{x+6} - \sqrt{10x-21}) \cdot (\sqrt{x+6} + \sqrt{10x-21})}{5(x-3) \cdot (\sqrt{x+6} + \sqrt{10x-21})} = \\ &= \frac{1}{5} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+6 - (10x-21)}{(x-3) \cdot (\sqrt{x+6} + \sqrt{10x-21})} = \\ &= \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+6-10x+21}{(x-3)} = \frac{1}{30} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-9x+27}{(x-3)} = \\ &= \frac{1}{30} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-9(x-3)}{(x-3)} = \frac{-9}{30} = -\frac{3}{10} \end{aligned}$$

3) использование 1-го замечательного предела

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{3x}$ Пример 6
Найти предел

Выражение под знаком предела похоже на первый замечательный предел, но это не совсем он, под синусом находится $7x$, а в знаменателе $3x$. В подобных случаях первый замечательный предел нам нужно организовать самостоятельно, используя искусственный прием. Ход рассуждений может быть таким: «под синусом $7x$, значит, в знаменателе тоже нужно получить $7x$ ».

А делается это очень просто:

(1-й замечательный предел)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{3x} = \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{3 \cdot \frac{1}{7} \cdot 7x} = \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

Пример 7

Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^2}{\sin^2 \frac{x}{2}} = \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x \cdot x}{\sin \frac{x}{2} \cdot \sin \frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{2} \cdot \sin \frac{x}{2}} = 5 \cdot 2 \cdot 2 = 20$$

Пример 8

Найти предел

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{2x^2} &= \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x^2 \cdot (\cos 2x)^{-1}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x^2} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x \cdot x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \frac{1}{0} = \infty\end{aligned}$$

Пример 9

Найти предел

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{5x} &= \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 2x}{5x} = \frac{2}{5} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{x} = \\ &= \frac{2}{5} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \cdot \sin 2x}{\frac{1}{2} \cdot 2x} = \frac{2}{5} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{5} \cdot 2 \lim_{x \rightarrow 0} (\sin 2x)^{-0} = \frac{4}{5} \cdot 0 = 0\end{aligned}$$

Пример 10

Найти предел

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{ctg} x \cdot (1 - \cos^2 3x)}{(x^2 + 5x)} &= \frac{\infty \cdot 0}{0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x \cdot (1 - \cos^2 3x)}{\sin x \cdot (x^2 + 5x)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x^{-1} \cdot (1 - \cos^2 3x)}{\sin x \cdot (x^2 + 5x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 3x}{\sin x \cdot (x^2 + 5x)} = \frac{0}{0} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{\sin x \cdot x \cdot (x + 5)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{\sin x \cdot x \cdot (x^{-0} + 5)} = \frac{1}{5} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{\sin x \cdot x} = \\ &= \frac{1}{5} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x \cdot \sin 3x}{\sin x \cdot x} = \frac{1}{5} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin 3x \cdot \sin 3x}{\sin x \cdot 3x \cdot 3x \cdot \frac{1}{9}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{9}{9} = \frac{9}{5}\end{aligned}$$

Второй замечательный предел

В теории математического анализа доказано, что:

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)^\alpha = e$$

Данный факт носит название **второго замечательного предела**.

Справка: $e = 2,718281828\dots$ – это иррациональное число.

В качестве параметра α может выступать не только переменная x , но и сложная функция. **Важно лишь, чтобы она стремилась к бесконечности.**

Пример 11

Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3x}\right)^{4x}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3x}\right)^{4x} = 1^\infty$$

Данная неопределенность как раз и раскрывается с помощью второго замечательного предела. Но, как часто бывает, второй замечательный предел нужно искусственно организовать. Рассуждать можно следующим образом: в данном примере параметр $\alpha = 3x$, значит, в показателе тоже нужно организовать $3x$. Для этого возводим основание в степень $3x$, и, чтобы выражение не изменилось – возводим в степень $\frac{1}{3x}$:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3x}\right)^{4x} = 1^\infty = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\left(1 + \frac{1}{3x}\right)^{3x} \right)^{\frac{1}{3x} \cdot 4x}$$

страшная степень превратилась в симпатичную букву e :

При этом сам значок предела перемещаем в показатель:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3x}\right)^{4x} = 1^\infty = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3x}\right)^{\frac{1}{3x} \cdot 4x} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x}{3x}} = e^{\frac{4}{3}}$$

(2-ой замечательный предел)

Практическая работа:1. Вычислить пределы функции:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 10}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 5x + 1}{8x^2 - 9x + 1} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 9x}{6x^3 - x + 1} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^4 + 1}{8x^2 - 11x + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x^2 - 9} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x+5} - 3\sqrt{x}}{x^2 - 1} \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 7x - 4}{3x^2 - 13x + 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x} - 2}{\sqrt{2-x} - 1} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4-x} - 2}{3x} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{3x^3 - x^2}$$

2. Вычислить пределы функций, используя замечательные пределы.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{\tan 2x} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{5x} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - 1}{\sin 2x} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\tan 2x} \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{5}{7x}\right)^{2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^x \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x^2}$$

Практическая работа «Вычисление производных алгебраических функций»

Цель :

Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Вычисление производных алгебраических функций».

Закрепить и систематизировать знания по теме.

Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности обучающихся.

Ход работы:

Ответить на контрольные вопросы:

- а) Сформулируйте определение функции.
- б) Сформулируйте правила вычисления производных алгебраических функций.
- в) В чем состоит механический смысл производной?
- г) Тело движется по прямой согласно закону $x(t)$. Запишите формулы для нахождения скорости и ускорения тела в момент времени t .

Изучить условие заданий для практической работы.

Оформить отчет о работе.

Методические рекомендации

Опр.

Производной функции $f(x)$ в точке x называется предел разностного отношения

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad \text{при } h \rightarrow 0.$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}.$$

Опр.

Операция нахождения производной называется дифференцированием.

Это правило является основным, т.к. выведено из самого определения. Однако при дифференцировании сложных функций, суммы, произведения, частного применение общего правила представляет большие трудности. Поэтому применяют правила дифференцирования.

Правила

1. $(f'(x) + g(x)) = f'(x) + g'(x)$ - Производная суммы равна сумме производных.
2. $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$ - Постоянный множитель можно вынести за знак производной.
3. $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$ - Производная произведения.
4. $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$ Производная частного

Формулы дифференцирования

$$C' = 0$$

$$11. (\sin x)' = \cos x$$

$$(x)' = 1$$

$$12. (\cos x)' = -\sin x$$

$$(x^2)' = 2x$$

$$13. (\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(x^3)' = 3x^2$$

$$(x^p)' = p x^{p-1} \quad 14. (\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$(e^x)' = e^x \quad 15. (a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

$$7. (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$16. (\log x)' = \frac{1}{x \cdot \ln x}$$

$$8. \left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$17. f(g(x))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$9. (kx+b)' = k$$

$$18. f'(kx+b) = k \cdot f'(kx+b)$$

$$10. (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

Задания:

Вариант 1.

Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:

$$\text{а) } 5x^4 - 3,5x^2 + x + 6; \text{ б) } \left(\frac{8}{x} + x^2\right)\sqrt{x}; \text{ в) } \frac{1+x}{4-x^2}.$$

Решите уравнение $f'(x)=0$, если $f(x)=(4-\sqrt{x})^2$.

Вариант 2.

Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:

$$\text{а) } \frac{5}{x} - x^3 + \sqrt{x} + 3; \text{ б) } (x^2 - 3x - 2)\sqrt{x}; \text{ в) } \frac{1-x^2}{1-x^3}.$$

Решите неравенство $f'(x) > 0$, если $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 5$.

Вариант 3.

Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:

$$\text{а) } 0,7x^5 - \frac{2}{3}x^3 + 0,75x^2 + \frac{1}{10}; \text{ б) } (x+2)\sin x; \text{ в) } \frac{x^2}{x+3}.$$

Решите уравнение $f'(x)=0$, если $f(x)=x^4 - 2x^2 + 1$.

Вариант 4.

Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:

$$\text{а) } 2x^{10} + 0,05x^4 - \frac{1}{7}x + 0,3; \text{ б) } (4-x^2)\cos x; \text{ в) } \frac{\sin x}{2-x^3}.$$

Решите уравнение $f'(x)=0$, если $f(x) = -\frac{x^5}{5} + \frac{10x^3}{3} - 9x$.

Практическая работа «Вычисление площади криволинейной трапеции»

Цель:

Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Применение определенного интеграла для вычисления площадей и объемов».

Закрепить и систематизировать знания по теме.

Ход работы

Ответить на контрольные вопросы:

- а) Какую фигуру называют криволинейной трапецией? Приведите примеры криволинейных трапеций.
- б) Запишите формулу для вычисления площади криволинейной трапеции.
- в) Покажите на рисунках и запишите интегральные формулы, с помощью которых можно вычислить площади фигур, не являющихся криволинейными трапециями.
- г) Запишите и с помощью иллюстрации прокомментируйте интегральную формулу для вычисления объемов тел.

С помощью обучающей таблицы повторить план вычисления площади криволинейной трапеции и изучить образцы решенных задач.

Изучить условие заданий для практической работы.

Оформить отчет о работе.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

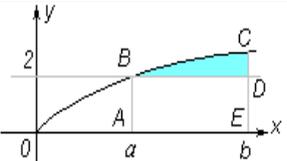
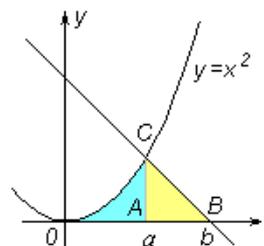
Определение. Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная графиком непрерывной и не меняющей на отрезке $[a; b]$ знака функции $f(x)$, прямыми $x = a$, $x = b$ и отрезком $[a; b]$. Площадь S криволинейной трапеции находится по формуле

$$S = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a). \quad (*)$$

Задание. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = \sqrt{x}$, $y = 2$, $x = 9$; б) $y = x^2$, $y = 2 - x$, $y = 0$.

№	План вычисления площади	Применение плана	
шаг а	криволинейной трапеции	а) $y = \sqrt{x}$, $y = 2$, $x = 9$	б) $y = x^2$, $y = 2 - x$, $y = 0$

1	Строим заданные линии и штриховкой отмечаем фигуру, площадь которой надо найти. Установим, является ли эта фигура криволинейной трапецией		
2	Записываем формулу для вычисления площади искомой фигуры	$S = S_{ABCDE} - S_{ABDE} =$ $= \int_a^b \sqrt{x} dx - \int_a^b 2 dx$	$S = S_{OAC} + S_{ACB} =$ $= \int_0^a x^2 dx + \int_a^b (2 - x) dx$
3	Находим пределы интегрирования	$\begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ y = 2; \end{cases} \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4$ <p>,</p> $a = x_A = 4, b = x_B = 9$	$\begin{cases} y = x^2, \\ y = 2 - x; \end{cases} \Rightarrow$ $\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = -2; 1$
4	Вычисляем искомую площадь по формуле (*)	$S = \int_4^9 \sqrt{x} dx - \int_4^9 2 dx = \frac{2x^{3/2}}{3} \Big _4^9 - 2x \Big _4^9$ $= \frac{2}{3} (27 - 8) - 2(9 - 4) = \frac{8}{3}$ $S = 2\frac{2}{3} \text{ (кв.ед.)}$	$S = \int_0^1 x^2 dx + \int_1^2 (2 - x) dx =$ $= \frac{x^3}{3} \Big _0^1 + \left(2x - \frac{x^2}{2} \right) \Big _1^2 = \frac{1}{3} +$ $+ \left(4 - \frac{4}{2} \right) - \left(2 - \frac{1}{2} \right) = \frac{5}{6}$ $S = \frac{5}{6} \text{ (кв.ед.)}$

Примеры. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

1) $y = x^2, y = 0, x = 2$; 2) $y = x^2, y = 1$; 3) $y = -x^2 + 1, y = 0$; 4) $y = 1 + x^2, y = 2$;

5) $y = e^x, y = 0, x = 0, x = 1$; 6) $y = x^3, y = \sqrt{x}$; 7) $y = 2x - x^2, y = \frac{3}{4}$; 8)

$y = x^3, y = 1, x = 2$;

9) $y = \frac{5}{x}, y = 6 - x$.

Задания:

Вариант 1.

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 - 3x + 4$, $y = x + 1$.

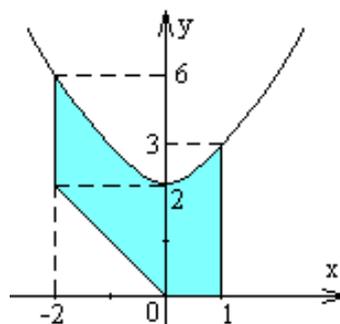
Выберите правильный вариант ответа.

Площадь фигуры, изображенной на рисунке, вычисляется по формуле:

а) $S = \int_{-2}^2 (x^2 - 2) dx - 2$;

б) $S = \int_{-1}^1 (x^2 + 2) dx + 2$;

в) $S = \int_{-2}^1 (x^2 + 2) dx - 2$.



Вариант 2.

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 0,5x^2 - 2x + 3$, $y = 7 - x$.

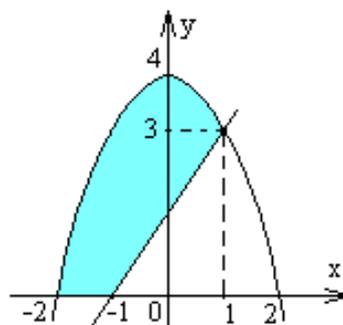
Выберите правильный вариант ответа.

Площадь фигуры, изображенной на рисунке, вычисляется по формуле:

а) $S = \int_{-2}^1 (x^2 + 4) dx - 3$;

б) $S = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx + 3$;

в) $S = \int_{-2}^1 (4 - x^2) dx - 3$.



Вариант 3.

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = (x - 2)^2$, $y = 4 - x^2$.

Выберите правильный вариант ответа. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x - 1}$, $y = 2$, $y = 0$, $x = 0$, равна:

- а) $4\frac{2}{3}$; б) 4; в) $3\frac{1}{3}$.

Вариант 4.

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 - 2x + 2$, $y = 2 + 4x - x^2$.

Выберите правильный вариант ответа. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x+1}$, $y = 2$, $y = 0$, $x = -2$, равна:

- а) $4\frac{1}{3}$; б) $3\frac{2}{3}$; в) $4\frac{2}{3}$.

- а) $\frac{3}{4}$; б) $\frac{1}{3}$; в) $\frac{1}{6}$.

Практическая работа «Вычисление объемов тел вращения»

Цели: закрепление понятий: цилиндр, объем цилиндра; способствовать развитию математического мышления и речи, закрепить формулу объема в процессе решения задач.

Методические рекомендации

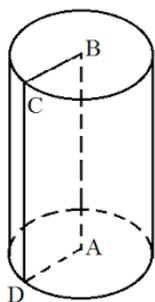
Цилиндр — геометрическое тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя параллельными плоскостями, пересекающими её

Круги, лежащие в параллельных плоскостях, называются основаниями цилиндра, а отрезки, соединяющие соответствующие точки оснований, - образующими цилиндра.

Поверхность, состоящая из образующих, называется боковой поверхностью цилиндра.

Цилиндр прямой круговой может быть получен путем вращения прямоугольника вдоль стороны как оси.

Элементы цилиндра.



$R = AD$ – радиус цилиндра; d – диаметр.

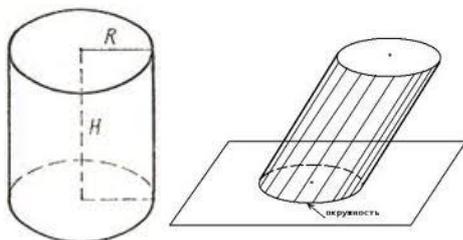
$H = AB$ – высота;

$L = CD$ – образующая.

$S = \pi R^2$ - площадь круга. $d = 2R$.

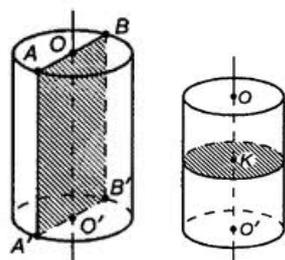
C – длина окружности. $C = 2\pi R$

Виды цилиндров:



прямой наклонный

Сечения цилиндра:



осевое сечение

сечение плоскостью, перпендикулярной оси

Плотность находится по формуле: $\rho = \frac{m}{V}$, где m — масса тела, V — его объём;

Объём цилиндра вычисляется по формуле: $V = \pi R^2 H$

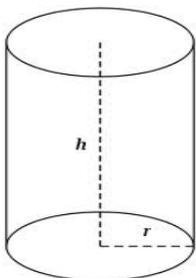
1.Задание: по данным вам моделям найти объём цилиндра.

Ход работы:

Для нахождения объёма цилиндра нужно измерить линейкой следующие элементы: диаметр, высоту. Подставить значения в формулу для нахождения объёма цилиндра.

Пример: Вычислить объём цилиндра.

Оформление работы:



Дано: цилиндр, $H=12\text{см}$, $R=3\text{см}$

Найти: V

Решение: $V = \pi R^2 \cdot H = \pi \cdot 3^2 \cdot 12 = 108\pi \text{ (см}^3\text{)}$

2.Выполняют тесты, состоящие из одного вопроса и двух задач.

Задания:

1 вариант

Выберите верное утверждение.

- а) Объём цилиндра равен половине произведения площади основания на высоту;
- б) Объём цилиндра вычисляется по формуле $V = \pi S/2$, где S – площадь осевого сечения цилиндра;

в) длина окружности равна $C = 2\pi D$

2.Задача. Сколько тонн бензина можно хранить в цистерне цилиндрической формы, если ее диаметр 5 м, длина 3 м? плотность бензина $0,7 \text{ г/см}^3$.

3.Задача. Сколько литров побелки надо налить в емкость для краскопульты диаметром 20 см и высотой 60 см.

вариант.

1. Выберите неверное утверждение:

а) объём равностороннего цилиндра равен $V = 2\pi R^3$, где R – радиус основания цилиндра;

б) объём цилиндра равен: $V = \pi R^2 H$

в) длина образующей цилиндра называется диаметром цилиндра;

2.Задача. Сколько бочек высотой 1,5 м и диаметром 0,8 м нужно, чтобы разлить в них содержимое цистерны длиной 4,5 м и диаметром 1,6 м?

3.Задача. 25 м медной проволоки имеют массу 100,7 г. Найдите диаметр проволоки, если плотность меди $8,9 \text{ г/см}^3$.

3 вариант.

1. Выберите неверное утверждение:

а) объём цилиндра вычисляется по формуле $V = Mh/2$, где M – площадь боковой поверхности цилиндра, а h – его высота;

б) длина окружности равна $C = 2\pi R$,

в) площадь круга равна $S = \pi R^2$.

Задача. Сколько весит километр железной телеграфной проволоки толщиной 4 мм, если известно, что 1 кубический сантиметр железа весит 8 г?

3.Задача. Сколько в связке электродов для электросварки, если их общая масса 10 кг, а каждый электрод – кусок стальной проволоки длиной 45 см и диаметром 6 мм? Плотность стали 7600 кг/м^3 .

Методические рекомендации

Прямой круговой конус называется фигура, полученная при вращении прямоугольного треугольника вокруг оси содержащей один его катет.

Боковая поверхность

$$S_{\text{бок}} = \pi RL,$$

где R - радиус круга, являющегося основанием,
 L - образующая конуса.

Полная поверхность

$$S_{\text{полн}} = \pi R(R + L)$$

$$S_{\text{ос. сеч.}} = H \cdot R$$

Объем

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H,$$

$$V = \frac{1}{3}S_{\text{осн}} \cdot H$$

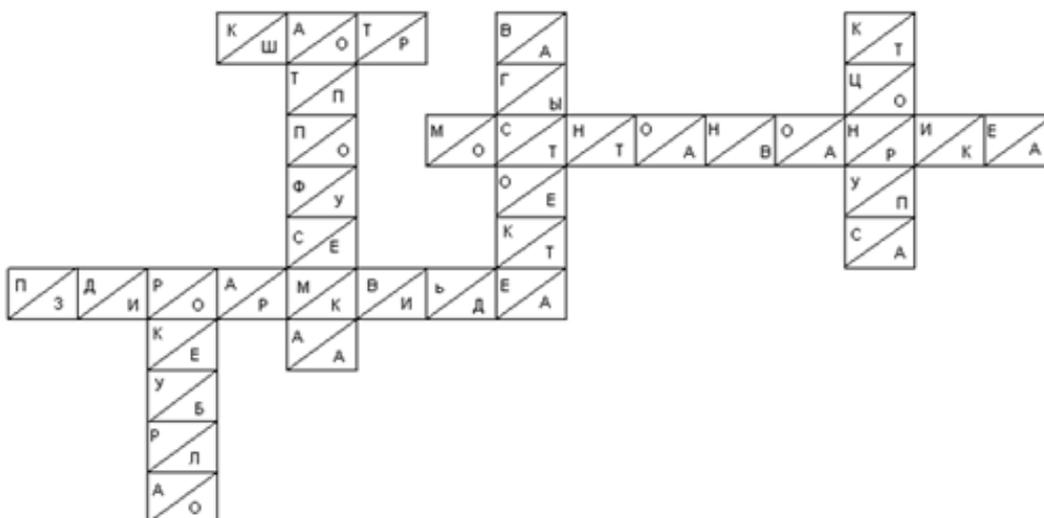
где H - высота конуса.

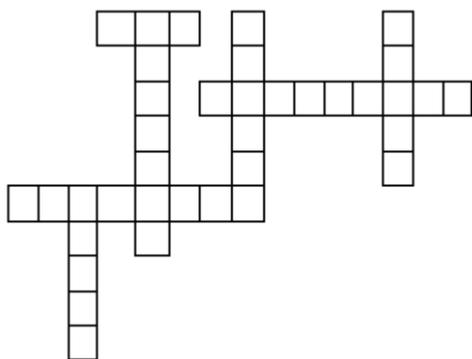
Выполните задания

1 вариант

1 уровень

1. Необходимо угадать принцип составления кроссворда и зашифрованные слова. Слова означают геометрические термины, относящиеся к стереометрии.





2 уровень

2. Высота конуса 4 см, радиус основания – 3 см.

Найти образующую конуса.

а) 5 см; б) 4 см; в) 6 см; г) 10 см; д) 12 см.

3. Осевое сечение конуса – треугольник, все стороны

которого равны 10 см. Найти угол наклона

образующей к плоскости основания конуса.

а) 90° ; б) 60° ; в) 45° ; г) 30° ; д) 25° .

4. Высота конуса 12 см, образующая – 13 см. Найти объём конуса.

а) $12\pi\text{ см}^3$; б) $13\pi\text{ см}^3$; в) $100\pi\text{ см}^3$; г) $24\pi\text{ см}^3$; д) $65\pi\text{ см}^3$.

5. Найти объём тела, полученного вращением прямоугольного треугольника с катетами 3 см и 4 см вокруг меньшего катета.

а) $16\pi\text{ см}^3$; б) $24\pi\text{ см}^3$; в) $12\pi\text{ см}^3$; г) $9\pi\text{ см}^3$; д) $48\pi\text{ см}^3$.

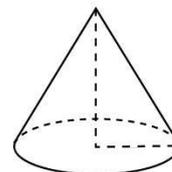
6. Образующая конуса 4 см и наклонена к плоскости основания под углом 30° . Вычислить объём

конуса.

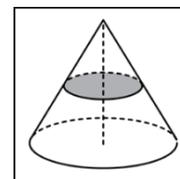
а) $16\pi\text{ см}^3$; б) $24\pi\text{ см}^3$; в) $12\pi\text{ см}^3$; г) $9\pi\text{ см}^3$; д) $8\pi\text{ см}^3$.

3 уровень

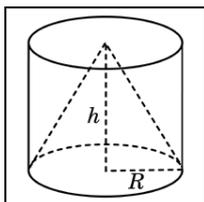
7. Во сколько раз увеличится объём конуса, если его радиус основания увеличить в 1,5 раза?



8. Объём конуса равен 16. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объём меньшего конуса.



9. Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объём цилиндра, если объём конуса равен 16.



Практическая работа: «Решение уравнений»

Цель: Формирование умений решения простейших логарифмических уравнений

- Задачи:** 1. Изучить методы решения простейших логарифмических уравнений,
2. Научиться решать простейшие логарифмические уравнения,
3. Научиться определять область допустимых значений логарифмического выражения.

Ход работы

1. Проверка готовности к практической работе: устный опрос.
2. Выполнение заданий.
 - 1) Для того чтобы выполнить практическую работу, необходимо выбрать соответствующие задания по вашему варианту.
 - 2) Опираясь на теоретический материал, тренировочные упражнения на уроке и домашнее задание, произвести расчет следующих заданий:

Методические рекомендации

Опр.

Уравнения, содержащие неизвестное под знаком логарифма, называются логарифмическими.

Такие уравнения решаются с помощью определения логарифма, теорем о логарифмах и утверждения, что если положительные числа равны, то и равны их логарифмы при данном основании и обрат но, если логарифмы чисел равны, то равны и соответствующие им числа. Во всех случаях полученные решения необходимо проверить подстановкой их в данное уравнение и исключить посторонний корень. Часто используется формула перехода от

одного основания к другому $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

Пример Решить уравнение $\log_2(x+1) + \log_2(x+3) = 3$

Решение

$$\log_2(x+1) + \log_2(x+3) = 3 \quad 3 = \log_2 8$$

$$\log_2(x+1) + \log_2(x+3) = \log_2 8$$

$$(x+1) \cdot (x+3) = 8$$

$$x^2 + 4x + 3 = 8$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$x_1 = 1, \quad x_2 = -5$$

Проверка

$$x=1 \quad \log_2(1+1)+\log_2(1+3)=\log_2 2+\log_2 4=1+2=3 \quad - \text{ левая часть}$$

$$3=3 \quad \Rightarrow x=1 - \text{ корень уравнения}$$

$$x=-5 \quad \log_2(-5+1)+\log_2(-5+3)=\log_2(-4)+\log_2(-2) \quad - \text{ левая часть не имеет смысла} \Rightarrow$$

$x = -5$ не является корнем

Ответ: $x = 1$

Задания: Найдите x , укажите ОДЗ каждого уравнения.

Вариант 1	Вариант 2
<p>а) $\log_{\frac{1}{16}} \frac{x}{2} = -0,5,$</p> <p>б) $\log_x \frac{1}{25} = -\frac{2}{3}$</p> <p>в) $\log_x 27 = 3$</p> <p>г) $\log_{\frac{1}{5}} 25 = x ;$</p> <p>д) $\log_x 196 = 2;$</p> <p>е) $\log_4 x = -\frac{1}{2}.$</p> <p>ж) $\log_{49} 7 = x ;$</p> <p>з) $\log_2 x + \log_8 x = 8$</p>	<p>а) $\log_x 125 = 3,$</p> <p>б) $\log_{5\sqrt[5]{5}} x = -\frac{5}{3}$</p> <p>в) $\log_x (64\sqrt[3]{4}) = 1\frac{2}{3}$</p> <p>г) $\log_3 81 = x ;$</p> <p>д) $\log_x 256 = 4;$</p> <p>е) $\log_{\frac{1}{2}} x = -3.$</p> <p>ж) $\log_7 343 = x ;$</p> <p>з) $\log_2 x - 2\log_{\frac{1}{2}} x = 9$</p>
Вариант 3	Вариант 4
<p>а) $\log_x \frac{1}{8} = -\frac{3}{2},$</p> <p>б) $\log_{\frac{1}{6}} x = 0$</p> <p>в) $\log_{125\sqrt[3]{25}} x = -\frac{6}{11}$</p> <p>г) $\log_8 512 = x ;$</p>	<p>а) $\log_x \left(\frac{1}{27}\right) = -3,$</p> <p>б) $\log_{6\sqrt[6]{6}} x = -\frac{12}{7}$</p> <p>в) $\log_{\sqrt{5}} x = 4$</p>

<p>д) $\log_x 9 = -2$;</p> <p>е) $\log_{\sqrt{2}} x = 10$.</p> <p>ж) $\log_x 4 = \frac{1}{2}$;</p> <p>з) $\log_9 x^2 + \log_{\sqrt{3}} x = 3$</p>	<p>г) $\log_{16} x = \frac{1}{4}$</p> <p>д) $\log_x 126 = 3$;</p> <p>е) $\log_2 x = 5$.</p> <p>ж) $\log_{\frac{1}{13}} x = 2$.</p> <p>з) $\log_4 x - \log_{16} x = \frac{1}{4}$</p>
---	--

Устный опрос

Вопросы для устного опроса

Тема: Числа и вычисления.

1. Целые и рациональные числа.
2. Действительные числа. Понятие о комплексных числах
3. Приближенные вычисления. Приближенное значение величины и погрешности приближений.

Тема: Корень n-й степени.

1. Арифметический корень натуральной степени, свойства корней.
2. Степень с рациональным и действительным показателем и ее свойства.
3. Преобразование выражений, содержащих степени
4. Логарифмы, свойства логарифмов.
5. Основное логарифмическое тождество. Переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифмы. Число e . Упрощение логарифмических выражений

Тема: Основы стереометрии.

1. Предмет стереометрии.
2. Основные понятия стереометрии: точка, прямая, плоскость, пространство.
3. Аксиомы стереометрии
4. Некоторые следствия из аксиом.
5. Параллельность прямых в пространстве.
6. Параллельность прямой и плоскости. Признаки и свойства.
7. Взаимное расположение прямых в пространстве. Скрещивающиеся прямые. Угол между двумя прямыми.
8. Параллельные плоскости. Признак и свойства параллельных плоскостей.
9. Тетраэдр. Параллелепипед. Свойства параллелепипеда. Куб. Построение сечений.
10. Параллельная проекция фигуры.
11. Изображение проекций плоских фигур.
12. Изображение пространственных фигур.

13. Перпендикулярные прямые в пространстве.
14. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.
15. Параллельные прямые, перпендикулярные к плоскости
16. Перпендикуляр и наклонные.
17. Расстояния от точки до плоскости.
18. Расстояние от прямой до плоскости.
19. Расстояние между параллельными плоскостями.
20. Теорема о трех перпендикулярах.

Тема: Координаты и векторы.

1. Векторы в пространстве.
2. Модуль вектора. Равенство векторов.
3. Действия с векторами: сложение векторов и умножение вектора на число.
4. Угол между векторами. Коллинеарные и компланарные векторы.
5. Координаты вектора.
6. Скалярное произведение векторов.
7. Вычисление угла между прямой и плоскостью.
8. Метод координат в пространстве.
9. Формула расстояния между двумя точками.
10. Координаты середины отрезка.
11. Уравнения прямой и плоскости.

Тема: Основы тригонометрии.

1. Градусная и радианная мера угла.
2. Единичная окружность
3. Определение тригонометрических функций любого аргумента.
4. Знаки значений тригонометрических функций. Таблица значений тригонометрических функций некоторых углов.
5. Синус, косинус и тангенс углов α и $-\alpha$.
6. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения.
7. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла. Формулы половинного угла.
8. Формулы суммы и разности тригонометрических функций.
9. Преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму.

Тема: Обратные тригонометрические функции.

1. Арксинус, арккосинус, арктангенс числа.
2. Простейшие тригонометрические уравнения.
3. Методы решения тригонометрических уравнений.

Тема: Функции

1. Функции. Область определения и множество значений.
2. График функции.
3. Построение графиков функций, заданных различными способами.
4. Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума).

5.Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.

6. Взаимно обратные функции. Область определения и область значений обратной функции.

7. Графики взаимно обратных функций

8.Показательная функция ее свойства и график.

9. Логарифмическая функция ее свойства и график

10. Тригонометрические функции, их свойства и графики.

Тема: Многогранники.

1. Многогранники, их элементы и свойства. Развертка

2. . Многогранные углы.

3. Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность.

4. Прямая и наклонная призма.

5. Правильная призма.

6. Сечения призмы.

7. Площадь поверхности прямой призмы.

8. Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность.

9. Треугольная пирамида.

10. Правильная пирамида.

11. Сечения пирамиды.

12. Усеченная пирамида.

13. Площадь поверхности правильной пирамиды.

Тема: Тела вращения.

1. Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка.

2. Осевые сечения и сечения параллельные основанию.

3. Площадь поверхности цилиндра.

4. Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка.

5. Осевые сечения и сечения параллельные основанию.

6. Усеченный конус. Площадь поверхности конуса.

Тема: Пределы.

1.Последовательности. Способы задания и свойства числовых последовательностей.

2. Понятие о пределе последовательности. Суммирование последовательностей.

Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.

Тема : Производная и ее геометрический смысл

1. Понятие предела и непрерывности функции

2. Понятие о производной функции.

3. Производные суммы, разности, произведения, частного.

4. Производные основных элементарных функций.

5. Геометрический смысл производной.

6. Уравнение касательной к графику функции.

7. Физический смысл производной. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком.

8. Вторая производная и ее физический смысл.

Тема : Исследование функции.

1. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.
2. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах.
3. Применение производной к исследованию функций и построению графиков.

Тема: Объемы.

1. Понятие объема.
2. Отношение объемов подобных тел.
3. Объем прямоугольного параллелепипеда.
4. Объем прямой призмы
5. Объем цилиндра
6. Объем пирамиды
7. Объем конуса и шара

Тема: Комбинаторика

1. Комбинаторика. Примеры комбинаторных задач.
2. Правило произведения.
3. Факториал. Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества
4. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач.
5. Формула бинома Ньютона.
6. Свойства биномиальных коэффициентов.
7. Треугольник Паскаля.

Тема : Теория вероятности.

1. События. Элементарные и сложные события.
2. Противоположное событие.
3. Вероятность события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события.

Тема: Статистика.

1. Статистические характеристики случайной величины.
2. Центральные тенденции: мода, медиана, среднее арифметическое, математическое ожидание.

Тема: Решение уравнений и неравенств.

1. Решение рациональных уравнений и их систем.
2. Равносильные уравнения и неравенства.
3. Иррациональные уравнения, методы их решения.
4. Показательные уравнения, методы их решения.
5. Показательные неравенства, методы их решения.
6. Логарифмические уравнения, методы их решения.
7. Логарифмические неравенства, методы их решения.

Подготовка и написание докладов, сообщений на заданные темы

Темы докладов:

1. «Функции в природе и технике»
2. «Степенная функция»
3. «Тригонометрические функции»
4. «Логарифмическая функция. Число e »
5. «Операции над графиками функций»
6. «Двугранные и многогранные углы»
7. «Платоновы и архимедовы тела»
8. «Многогранники»
9. «Математика в современном мире»
10. «Математика в общественных науках»
11. «Математика в физических науках»

Темы сообщений :«Расширение представлений о числе»

1. «Вклад Карла Фридриха Гаусса в теорию чисел»
2. «Комплексные числа в алгебраической форме»
3. «Тригонометрическая форма комплексных чисел»
4. «Геометрическое изображение комплексных чисел»
5. «Бесконечность множества простых чисел»
6. «Зачем нужны новые числа»

Темы сообщений «Системы координат »

1. «Полярная система координат»
2. «Рене Декарт, Декартова система координат»

Темы сообщений «Функции и их свойства »

1. «Как возникло и развивалось понятие функции»
2. «Периодические функции»
3. «Функции рациональные и иррациональные»
4. «Функции первого порядка от одного независимого переменного и их графическое изображение»
5. «Функции второго порядка от одного независимого переменного и их графическое изображение»
6. «Джон Непер, изобретение логарифмов»

Темы сообщений «Методы решений уравнений и неравенств »

1. «Графический метод решения уравнений»
2. «Метод разложения на множители»
3. «Метод введения нового неизвестного»

3.2 Комплекты оценочных средств для промежуточного контроля (экзамен в форме контрольной работы)

Государственное автономное профессиональное
образовательное учреждение Саратовской области
«Саратовский техникум отраслевых технологий»
экзаменационная работа по математике за _____ учебный год.

I вариант	II вариант
1. Вычислите: $\frac{\left(2^{\frac{3}{5}} \cdot 5^{\frac{2}{3}}\right)^{15}}{10^9}$	1. Вычислите: $35^{-4,7} \cdot 7^{5,7} : 5^{-3,7}$
2. Решите уравнение: $\log_3 (x^2 - 2x + 6) = 2$	2. Решите уравнение: $\log_2 (x^2 - 4x + 4) = 4$
3. Решите уравнение: $\cos^2 x + \frac{1}{2} \cos x = 0$	3. Решите уравнение: $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$
4. Найдите общий вид первообразных: $f(x) = 10x^9 - x^2 + 7$	4. Найдите общий вид первообразных: $f(x) = 8x^7 + x^2 - 1$
5. Исследовать функцию и построить ее график: $f(x) = 3x^5 - 5x^3$	5. Исследовать функцию и построить ее график: $f(x) = 4x^5 - 5x^4$
6. Радиус основания цилиндра 6 м, осевое сечение – квадрат. Найдите объем цилиндра.	6. Осевое сечение цилиндра – квадрат со стороной 4 м. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

Критерии оценки работы:

Отметка «5» ставится, если:

работа выполнена полностью.

- в логических рассуждениях и обоснованиях нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала);

Отметка «4» ставится, если:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если

умения обосновывать рассуждения не являлись специальным объектом проверки);

- допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки);

Отметка «3» ставится, если:

- допущены более одной ошибки или более двух- трех недочетов в выкладках, чертежах или графика, но студент владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Отметка «2» ставится, если:

- допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не владеет обязательными знаниями по данной теме в полной мере;

- работа показала полное отсутствие у студента обязательных знаний, умений по проверяемой теме или значительная часть работы выполнена не самостоятельно.