

20.04.20- понедельник

101,103 группа Математика

Тема: Случайное событие и его вероятность. Классическое определение вероятности.

Указания к работе. Изучить теоретический материал. Написать конспект по данному материалу.

Теоретический материал.

Теория вероятностей— это раздел математики изучающий закономерности массовых случайных событий.

Случайным называется событие, наступление которого нельзя гарантировать. Случайность того или иного события определяется множеством причин, которые существуют объективно, но учесть их все, а также степень их влияния на изучаемое событие, невозможно. К таким случайным событиям относятся: выпадание того или иного числа при бросании игральной кости, выигрыш в лотереи, количество больных, записавшихся на прием к врачу и т.п.

И хотя в каждом конкретном случае трудно предсказать исход испытания, при достаточно большом числе наблюдений можно установить наличие некоторой закономерности. Подбрасывая монету, можно заметить, что число выпадания орла и решки примерно одинаково, а при бросании игральной кости различные грани также появляются, примерно одинаково. Это говорит о том, что случайным явлениям присущи свои закономерности, но они проявляются лишь при большом количестве испытаний. Правильность этого подтверждает закон больших чисел, который лежит в основе теории вероятностей.

Рассмотрим основные термины и понятия теории вероятностей.

Испытанием называется совокупность условий, при которых может произойти данное случайное событие.

Событие - это факт, который при осуществлении определенных условий может произойти или нет. События обозначают большими буквами латинского алфавита $A, B, C...$

Например, событие A - рождение мальчика, событие B – выигрыш в лотерею, событие C - выпадение цифры 4 при бросании игральной кости.

События бывают достоверные, невозможные и случайные.

Достоверное событие — это событие, которое в результате испытания непременно должно произойти.

Например,если на игральной кости на всех шести гранях. нанести цифру 1, тогда выпадение цифры 1, при бросании кости, есть событие достоверное.

Невозможное событие - это событие, которое в результате испытания не может произойти.

Например, в ранее рассмотренном примере — это выпадение любой цифры, кроме 1.

Случайное событие — это событие, которое при испытаниях может произойти или не произойти. Те или иные события реализуются с различной возможностью.

Например, завтра днем ожидается дождь. В этом примере наступление дня является испытанием, а выпадение дождя - случайное событие.

События называются *несовместными*, если в результате данного испытания появление одного из них исключает появление другого.

Например, при бросании монеты выпадение одновременно орла и решки есть события несовместные.

События называются *совместными*, если в результате данного испытания появление одного из них не исключает появление другого.

Вероятность события - это число, характеризующее степень возможности появления события при многократном повторении испытаний.

Вероятность обозначается буквой P (от англ. *probability* - вероятность). Вероятность является одним из основных понятий теории вероятностей. Существует несколько определений этого понятия.

Классическое определение вероятности заключается в следующем. Если известны все возможные исходы испытания и нет оснований считать, что одно случайное событие появлялось бы чаще других, т.е. события равновозможны и несовместны, то имеется возможность аналитического определения вероятности события.

Вероятностью $P(A)$ события A называется отношение числа благоприятствующих исходов m к общему числу равновозможных несовместных исходов n :

$$P(A) = \frac{m}{n} \quad (1)$$

Свойства вероятности:

1. Вероятность случайного события A находится между 0 и 1.

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

2. Вероятность достоверного события равна 1.

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{n}{n} = 1$$

3. Вероятность невозможного события равна 0.

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{0}{n} = 0$$

Пример 1. Найти вероятность выпадения числа, кратного 3, при одном бросании игрального кубика

Решение:

Событие A – выпадение числа, кратного 3. Этому событию благоприятствуют два исхода: числа 3 и 6, т.е. $m = 2$.

Общее число исходов состоит в выпадении чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6, т.е. $n = 6$. Очевидно, что эти события равновозможны и образуют полную группу. Тогда искомая вероятность, по определению, равна отношению числа благоприятствующих исходов к числу всех исходов.

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Пример 2. Найти вероятность того, что при извлечении наугад одного шара из корзины, в которой находятся 2 белых, 3 зеленых и 5 красных шаров, извлеченный шар окажется зеленым.

Решение. Поскольку общее количество элементарных событий (исходов) для данного испытания образует полную группу из $n=10$ равновозможных событий (по общему количеству шаров в корзине), из которых только $m = 3$ элементарных события (по количеству зеленых шаров) являются благоприятствующими для интересующего нас события (обозначим это событие через A), по формуле получим:

$$P(A) = 3/10$$

Материалы направлять по адресу : nadezda_boldova@mail.ru

21 группа Математика

Тема: Повторение. Применение производной к исследованию функций.

Указания к работе.

1. Повторите алгоритм исследования функции на монотонность и экстремумы, при необходимости перенесите его в тетрадь.
2. Разберите пример решения по данному алгоритму, при необходимости прорешайте данный пример в тетради.
3. Выполните упражнение для самостоятельного решения по данному алгоритму.

Алгоритм исследования функции на монотонность и экстремум:

1. Найти производную функции y' .

2. Приравнять y' к нулю, решить уравнение, найти критические точки.
3. Исключить критические точки из области определения $D(x)$, указать интервалы знакопостоянства y' .
4. На каждом интервале определить знак производной y' .
5. По знаку производной y' установить монотонность функции на интервалах:
при $y' \geq 0$ функция $y = f(x)$ возрастает $\uparrow$, при $y' \leq 0$ функция убывает $\downarrow$.
6. Найти экстремумы функций, исследуя знак производной y' в окрестности каждой критической точки.

Пример: Исследуем функцию на монотонность и на экстремум:

1. Найдем производную: $y' = (x^3 - 3x^2 + 2)' = 3x^2 - 6x$

2. Найдем стационарные (критические) точки функции:

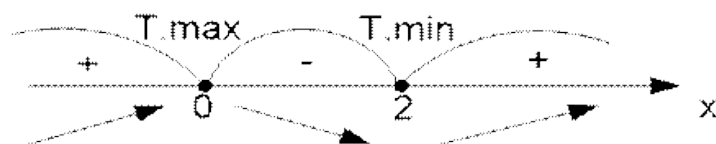
$$3x^2 - 6x = 0,$$

$$3x(x - 2) = 0,$$

$$3x = 0 \text{ или } x - 2 = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 2$$



3. Определим знак производной в каждом интервале монотонности:

$$y'(-1) = 3 \cdot (-1)^2 - 6 \cdot (-1) = 3 + 6 = 9 > 0$$

$$y'(1) = 3 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 = 3 - 6 = -3 < 0$$

$$y'(3) = 3 \cdot 3^2 - 6 \cdot 3 = 27 - 18 = 9 > 0$$

Промежутки монотонности:

Возрастает: $x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$

Убывает: $x \in (0; 2)$

$$x_{\min} = 2$$

$$x_{\max} = 0$$

(Пояснение: $x = 0$, точка max, так как производная $y'(x)$ изменила знак с "+" на "-",

$x = 2$, точка min, так как производная $y'(x)$ изменила знак с "-" на "+").

Упражнение для самостоятельного решения.

Исследуйте функцию на монотонность и на экстремум:

$$y = \frac{2}{3}x^3 - 32x + 5$$

Материалы направлять по адресу : nadezda_boldova@mail.ru