

ЗАДАНИЕ:

1. ПРОЧИТАТЬ ЛЕКЦИЮ.
2. ЗАПИСАТЬ В ТЕТРАДЬ ПРИМЕРЫ ИЗ ЛЕКЦИИ.

Неравенства, содержащие неизвестное под знаком корня, называются иррациональными.

Иррациональные неравенства – это довольно сложный раздел школьного курса математики. Решение иррациональных неравенств осложняется тем обстоятельством, что здесь, как правило, исключена возможность проверки, поэтому надо стараться делать все преобразования равносильными.

Чтобы избежать ошибки при решении иррациональных неравенств, следует рассматривать только те значения переменной, при которых все входящие в неравенства функции определены, т.е. найти ООН, а затем обоснованно осуществлять равносильный переход на всей ООН или её частях.

Основным методом решения иррациональных неравенств является сведение неравенства к равносильной системе или совокупности систем рациональных неравенств. В тетради со справочным материалом запишем основные методы решения иррациональных неравенств по аналогии с методами решения иррациональных уравнений.

При решении иррациональных неравенств следует запомнить правило: 1. при возведении обеих частей неравенства в нечётную степень всегда получается неравенство, равносильное данному неравенству; 2. если обе части неравенства возводят в чётную степень, то получится неравенство, равносильное исходному только в том случае, если обе части исходного неравенства неотрицательны.

Рассмотрим решение иррациональных неравенств, в которых правая часть является числом.

1. $\sqrt{x-4} < 1$

Возведём в квадрат обе части неравенства, но в квадрат мы можем возводить только неотрицательные числа. Значит, найдём ООН, т.е. множество таких значений x , при которых имеют смысл обе части неравенства. Правая часть неравенства определена при всех допустимых значениях x , а левая при $x-4 \geq 0$. Данное неравенство равносильно системе неравенств:

$$\begin{cases} x - 4 \geq 0, \\ x - 4 < 1; \end{cases} \begin{cases} x \geq 4, \\ x < 5. \end{cases}$$

Ответ. $[4;5)$

2. $\sqrt{-x^2+9x} \geq 2\sqrt{2}$

Это неравенство равносильно системе неравенств:

$$\begin{cases} -x^2 + 9x \geq 0, \\ -x^2 + 9x \geq 8; \end{cases}$$

Т.к. каждое решение 2 неравенства является решением 1 неравенства системы, то система равносильна 2 неравенству

$$-x^2 + 9x \geq 8.$$

Ответ. [1;8]

3. $\sqrt{3x-9} > -5$

Правая часть отрицательна, а левая часть неотрицательна при всех значениях x , при которых она определена. Это означает, что левая часть больше правой при всех значениях x , удовлетворяющих условию $x \geq 3$.

Ответ. [3; $+\infty$)

4. $\sqrt{x-1} < -3$

При всех допустимых значениях x , т.е. $x \geq 1$, левая часть неотрицательна.

Ответ. Решений нет.