

Тема 1.

Тема: Повторение. Первообразная.

Указания к выполнению работы. Повторите краткий теоретический материал. Найдите в сети интернет таблицу первообразных. Пользуясь таблицами, выполните упражнения для самостоятельного решения.

Краткий теоретический материал

Определение. Функция $F(x)$ называется первообразной для функции $f(x)$ на заданном промежутке J , если для всех x из этого промежутка $F'(x) = f(x)$.

Так функция $F(x) = x^3$ первообразная для $f(x) = 3x^2$ на $(-\infty; \infty)$.

Так как, для всех $x \in \mathbb{R}$ справедливо равенство: $F'(x) = (x^3)' = 3x^2$

Как мы уже заметили, данная функция имеет бесконечное множество первообразных (смотри пример № 1).

Пример № 2. Функция $F(x) = x$ есть первообразная для всех $f(x) = 1/x$ на промежутке $(0; +\infty)$, т.к. для всех x из этого промежутка, выполняется равенство $F'(x) = (x^{-1})' = -1/2x^{-2} = 1/2x$

Пример № 3. Функция $F(x) = \text{tg}3x$ есть первообразная для $f(x) = 3/\cos^2 3x$ на промежутке т.к. $F'(x) = (\text{tg}3x)' = 3/\cos^2 3x$

Теорема: (Основное свойство первообразной функции)

Если $F(x)$ одна из первообразных для функции $f(x)$ на промежутке J , то множество всех первообразных этой функции имеет вид: $F(x) + C$, где C - любое действительное число.

Это значит, что если $F(x)$ - первообразная для функции $f(x)$ на промежутке J , то множество всех первообразных этой функции имеет вид: $F(x) + C$, где C - любое действительное число.

Следовательно, любые две первообразные данной функции отличаются друг от друга постоянным слагаемым.

Пример: Найти множество первообразных функции $f(x) = \cos x$.

Решение: $f(x) = \cos x$,

$F(x) = \sin x + C$ - множество всех первообразных.

Пример: Для функции $f(x) = 2x$ найти первообразную.

Решение: $F(x) = x^2 + C$ - множество всех первообразных.

Упражнения для самостоятельного решения.

Найдите первообразную функции:

1.5. а) $f(x) = x^2 + x^{16}$;

в) $f(x) = x^{13} + x^{18}$;

б) $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$;

г) $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + 1$.

1.6. а) $f(x) = 4x^3 - 6x^2$;

в) $f(x) = 5x^4 - 3x^5$;

б) $f(x) = -3 \sin x + 2 \cos x$;

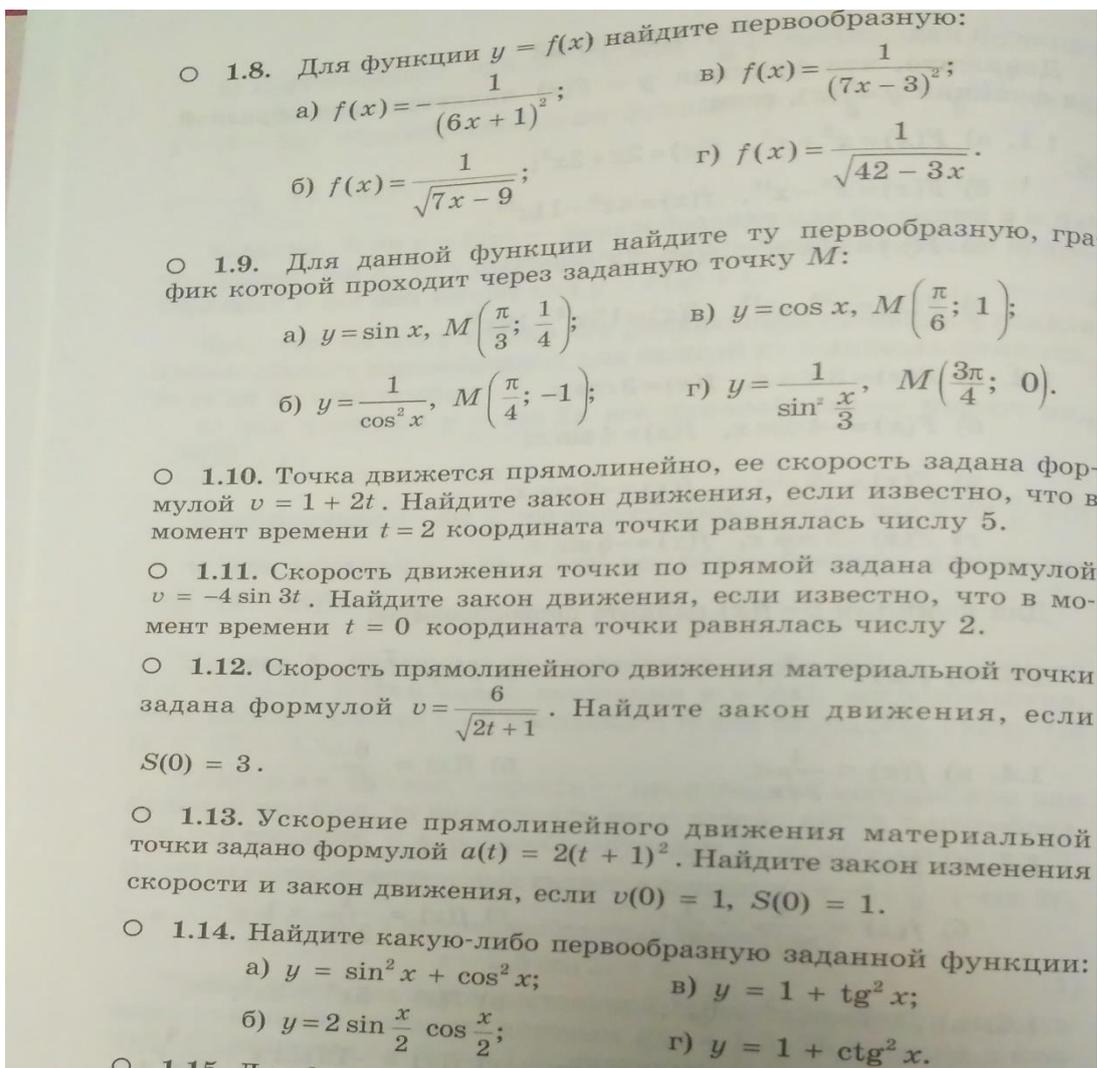
г) $f(x) = -13 \sin x + \frac{5}{\cos^2 x}$.

1.7. а) $f(x) = \sin \left(3x + \frac{\pi}{6} \right)$;

в) $f(x) = \cos (4x - 3)$;

б) $f(x) = \cos \left(\frac{\pi}{4} - 2x \right)$;

г) $f(x) = \sin \left(2 - \frac{x}{2} \right)$.



Указания:

Уровень 1 : №1.5-1.6

Уровень 2 : № 1.5, №1.6, №1.7

Уровень 3 : № 1.5-1.8; 1.14

Материалы направлять по адресу : nadezda_boldova@mail

Тема 2-3.

Повторение: Первообразная. Производная. Исследование функции с помощью производной.

Указания к выполнению работы. Выполните самостоятельную работу.

Упражнения для самостоятельного решения.

1. Дана функция $f(x)$. Найдите производную и первообразную каждой функции:

а) $f(x) = 10x^9 - x^2 + 7$;

б) $f(x) = 8x^7 + x^2 - 1$;

в) $f(x) = x^{-3} - 7 + \frac{6}{x^2}$;

г) $f(x) = \frac{5}{\sin^2} - x^3 + 5x$

2. Исследуйте функцию на монотонность и экстремумы: № 5.6

№ 5.10

Значения, записанные в скобках, никак в решении использовать не нужно!

промежутке, если (5.6—5.9).

5.6 а) $y = 2x^3 - 3x^2$, $[-3; 3]$; б) $y = 5x^3 - 15x$, $[-2; 2]$;
в) $y = 3x^4 + x^3 + 7$, $[-3; 2]$; г) $y = x^4 - 4x^2$, $[-4; 4]$.

5.7 а) $y = \sqrt[3]{x}$, $[-1; 1]$; б) $y = \sqrt[5]{x}$, $[-2; 2]$;
в) $y = 4\sqrt{x} - x$, $(0; 5]$; г) $y = 2\sqrt{x} - x$, $(0; 2]$.

5.8 а) $y = e^x - x$, $[-3; 2]$; б) $y = e^x - xe$, $[-2; 2]$;
в) $y = \sin 2x - x$, $[-\pi, \pi]$; г) $y = \cos 2x + x$, $[-\pi, \pi]$.

5.9* а) $y = e^{x^2} - ex^2$, $[-e; e]$; б) $y = e^{x^2 - 2x}$, $[-\pi, \pi]$;
в) $y = \frac{\ln x}{x}$, $(0; \pi]$; г) $y = \frac{e^x}{1+x}$, $(-1; \pi]$.

Найдите максимум и минимум функции $y = f(x)$ на указанном отрезке, если (5.10—5.11):

5.10 а) $y = x^3 - 3x^2$, $[-1; 3]$; б) $y = x^3 + 3x$, $[-1; 2]$;
в) $y = 2x^3 - 6x^2 + 9$, $[-2; 2]$; г) $y = x^3 - 3x$, $[-2; 3]$.

Материалы направлять по адресу : nadezda_boldova@mail